

EXPRESIÓN EN SISTEMAS FLUIDO-SÓLIDO NO CATALÍTICOS, CONTROLADOS POR LA DIFUSIÓN INTERNA EN PARTÍCULAS DE TAMAÑO FIJO. SEGUNDA PARTE

René Viera Bertrán, Dania del Toro Álvarez, Antonio Pons Hernández
Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente

En este trabajo se presentó un modelo tipo caja negra que proporcionaba una relación explícita entre la fracción del reactante sólido no convertido I ; y la relación $Y = t/\tau$. Además, se presentó un conjunto de aplicaciones posibles, para sistemas con flujo en pistón para la fase sólida. Se deducen las expresiones correspondientes a situaciones de mayor complejidad, tales como: reactores con mezclado perfecto para la fase sólida, las cuales se tratan en las situaciones siguientes: Un solo reactor con tiempo de residencia medio: tp ; partículas de un solo tamaño; mezcla de partículas de diferentes tamaños; para dos reactores con tiempos de residencia medio Iguales (tp); para tres reactores con tiempos de residencia medio Iguales (tp); para cuatro reactores con tiempos de residencia medio Iguales (tp); para cinco reactores con tiempos de residencia medio Iguales (tp).

El procedimiento empleado en las deducciones, puede ser utilizado en otras situaciones de interés sin mayores dificultades. Las expresiones presentadas, además de su facilidad de uso, presentan la ventaja de facilitar la confección de algoritmos programables.

Palabras clave: paso controlante, difusión interna, fluido- sólido no catalítico.

In the first part of this paper, a black box model that provided an explicit relationship between the fraction of unconverted solid reactant I and the relationship $Y = t/\tau$. You had a set of possible applications, for systems with plug flow for the solid phase. In this second part of the work, we deduce the expressions for more complex situations, such as perfect mixing reactor to the solid phase, which are discussed in the situations described below: a single reactor mean residence time: tp ; particles of one size; mixture of particles of different sizes; for two reactors with residence times equal means (tp); for three reactors with residence times equal means (tp); for four reactors with residence times equal means (tp); for five reactor residence times equal means (tp)

The procedure used in deductions, can be used in other situations of interest without much difficulty. The expressions presented in addition to its ease of use, have the advantage of facilitating the manufacture of programmable algorithms.

Key words: controlling step, internal diffusion, fluid-solid noncatalytic.

Introducción

En la primera parte de este trabajo, se construyó una tabla que relacionaba el valor de la fracción de sólido no convertido, con la relación $Y = t/\tau$, para el caso de reacciones fluido-sólido no catalítico controladas por la difusión interna. Partiendo de esta información, se obtuvo un modelo tipo caja negra que ofrece una relación explícita

entre la fracción del reactante sólido no convertido; y la relación $Y = t/\tau$. Además, se esbozaron un conjunto de aplicaciones posibles, para sistemas con flujo en pistón para la fase sólida.

El análisis del comportamiento de sistemas con mezclado perfecto para la fase sólida, implica operaciones de cálculo de mayor elaboración, que serán tratadas en esta parte del trabajo.

Partículas de tamaño fijo, flujo con mezclado perfecto de sólidos

Para recipientes con mezclado total, la distribución de tiempos de residencia viene dada por:

Nr	1	2
$Et := \frac{\left(\frac{t}{tp}\right)^{(n-1)} e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{(n-1)! tp}$	$Et := \frac{e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{tp}$	$Et := \frac{t e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{tp^2}$
3	4	5
$Et := \frac{1}{2} \frac{t^2 e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{tp^3}$	$Et := \frac{1}{6} \frac{t^3 e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{tp^4}$	$Et := \frac{1}{24} \frac{t^4 e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{tp^5}$

donde:

Nr: número de recipientes conectados en serie,
tp: tiempo de residencia de cada recipiente (igual para todas las unidades de la serie),

Et: distribución de tiempos de residencia de la serie de recipientes utilizadas como reactor.

Aunque se tenga un tamaño único de partículas, sea cual sea el número de unidades que se

utilice para efectuar la reacción, la existencia de mezclado total hace que no todas las partículas permanezcan el mismo tiempo dentro del reactor y, en consecuencia, el resultado corresponde a una conversión media, la cual viene dada por:

$$\int_0^{\tau} It \left(\frac{t}{\tau}\right) Et dt = IM \quad (1)$$

De hecho, el valor de la fracción del reactante sólido no convertido (IM), depende de la distribución de tiempos de residencia del dispositivo que se utilice como reactor.

Reactores con mezclado total en la fase sólida, casos particulares:

Un solo reactor con tiempo de residencia medio: tp

Partículas de un solo tamaño y composición constante de la fase fluida

Para este caso la ecuación 1 viene dada por:

$$\int_0^{\tau} \left(a + \frac{a_1 t}{\tau} + \frac{a_2 t^2}{\tau^2} + \frac{a_3 t^3}{\tau^3} + \frac{a_4 t^4}{\tau^4} + a_5 e^{\left(\frac{a_5 t}{\tau}\right)} \right) e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)} dt = IMI$$

$$\begin{aligned}
 IMI := e^{\left(\frac{-\tau}{\tau_p}\right)} & \left((-a - a5) \tau^5 + \tau_p (a a6 - a1) \tau^4 + \tau_p^2 (a1 a6 - 2 a2) \tau^3 \right. \\
 & + 2 \tau_p^3 (a2 a6 - 3 a3) \tau^2 + 6 \tau_p^4 (a3 a6 - 4 a4) \tau + 24 a4 \tau_p^5 a6 \left. e^{\left(\frac{\tau}{\tau_p}\right)} + a5 \tau^5 e^{a5} \right. \\
 & - (-\tau + a6 \tau_p) ((a + a1 + a2 + a3 + a4) \tau^4 + \tau_p (4 a4 + 3 a3 + 2 a2 + a1) \tau^3 \\
 & \left. + 2 \tau_p^2 (6 a4 + 3 a3 + a2) \tau^2 + 6 \tau_p^3 (a3 + 4 a4) \tau + 24 a4 \tau_p^4) \right) / (\tau^4 \\
 & (-\tau + a6 \tau_p))
 \end{aligned}$$

que para los valores de los parámetros

$$\begin{aligned}
 a &= 0,794\ 473 \\
 a1 &= -3,280\ 73 \\
 a2 &= 6,948\ 109\ 991\ 0 \\
 a3 &= -7,774\ 225\ 93 \\
 a4 &= 3,369\ 598\ 102 \\
 a5 &= 0,176\ 034\ 943 \\
 a6 &= -90,200\ 319\ 05
 \end{aligned}$$

Se transforma en:

$$\begin{aligned}
 IMI := & \left((0.194101588610^8 \tau^5 - 0.564053345510^{10} \tau^3 \tau_p^2 + 0.145890635510^{12} \tau_p^5 \right. \\
 & - 0.825311120210^{11} \tau_p^4 \tau + 0.241359624110^{11} \tau^2 \tau_p^3 + 0.136761976210^{10} \tau^4 \tau_p) \\
 & e^{\left(\frac{\tau}{\tau_p}\right)} - 0.118658651210^9 \tau^4 \tau_p - 0.145890635510^{12} \tau_p^5 - 0.114450326010^7 \tau^5 \\
 & \left. - 0.154497885210^{10} \tau^3 \tau_p^2 - 0.633595234410^{11} \tau_p^4 \tau - 0.145501681210^{11} \tau^2 \tau_p^3 \right) \\
 & e^{\left(\frac{-1 \cdot \tau}{\tau_p}\right)} / (0.2000000010^8 \tau^5 + 0.180400638110^{10} \tau^4 \tau_p)
 \end{aligned}$$

Mezcla de partículas de diferentes tamaños y composición constante de la fase fluida

Para este caso, el valor de la fracción media no convertida de la mezcla alimentada (IMT1), viene dada por:

$$IMT1 := \sum_{i=1}^n \frac{IMI_i f1_i}{F1}$$

donde:

$f1_i/F1$: fracción de partículas de tamaño R_i en el alimentado al reactor,

$F1$: caudal de alimentación de sólidos al reactor,

τ_i : tiempo de reacción completa de las partículas de tamaño R_i .

$$\begin{aligned}
IMT1 = \sum_{i=1}^n fl_i e^{\left(-\frac{\tau_i}{tp}\right)} & \left((-a5 - a) \tau_i^5 + tp (-a1 + a a6) \tau_i^4 + tp^2 (-2 a2 + a1 a6) \tau_i^3 \right. \\
& + 2 tp^3 (-3 a3 + a2 a6) \tau_i^2 + 6 tp^4 (a3 a6 - 4 a4) \tau_i + 24 a4 tp^5 a6) e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} \\
& + a5 \tau_i^5 e^{a6} - (-\tau_i + a6 tp) ((a + a1 + a2 + a3 + a4) \tau_i^4 \\
& + tp (2 a2 + 3 a3 + a1 + 4 a4) \tau_i^3 + 2 tp^2 (a2 + 6 a4 + 3 a3) \tau_i^2 \\
& \left. + 6 tp^3 (a3 + 4 a4) \tau_i + 24 a4 tp^4) \right) / (\tau_i^4 (-\tau_i + a6 tp) F1)
\end{aligned}$$

que para los valores de los parámetros

$$\begin{aligned}
a &:= 0.794473 \\
a1 &:= -3.28073 \\
a2 &:= 6.9481099910 \\
a3 &:= -7.77422593 \\
a4 &:= 3.369598102 \\
a5 &:= 0.176034943 \\
a6 &:= -90.20031905
\end{aligned}$$

Se transforma en:

$$\begin{aligned}
IMT1 = \sum_{i=1}^n fl_i & \left((-0.9705079430 \tau_i^5 - 68.38098808 tp \tau_i^4 + 282.0266727 tp^2 \tau_i^3 \right. \\
& - 1206.798120 tp^3 \tau_i^2 + 4126.555601 tp^4 \tau_i - 7294.531774 tp^5) e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} \\
& + 0.118058715810^{-39} \tau_i^5 - 1. (-1. \tau_i - 90.20031905 tp) (0.05722516300 \tau_i^4 \\
& + 0.7712046000 tp \tau_i^3 + 7.686041622 tp^2 \tau_i^2 + 34.22499888 tp^3 \tau_i + 80.87035445 tp^4) \\
& \left. \right) e^{\left(-\frac{1. \tau_i}{tp}\right)} / (\tau_i^4 (-1. \tau_i - 90.20031905 tp) F1)
\end{aligned}$$

Para dos reactores con tiempos de residencia medio iguales (tp) y composición constante de la fase fluida

Procediendo de igual modo que en el caso anterior, se obtiene:

$$\int_0^{\tau} \frac{\left(a + \frac{a1 t}{\tau} + \frac{a2 t^2}{\tau^2} + \frac{a3 t^3}{\tau^3} + \frac{a4 t^4}{\tau^4} + a5 e^{\left(\frac{a6 t}{\tau}\right)} \right) t e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)}}{tp^2} dt := IM2$$

$$IMT2 := \sum_{i=1}^n \frac{IM2_i f2_i}{F2}$$

donde:

$f2_i/F2$: fracción de partículas de tamaño R_i en el alimentado al reactor,

$F2$: caudal de alimentación de sólidos al sistema reaccionante formado por los dos reactores,

τ_i : tiempo de reacción completa de las partículas de tamaño R_i .

$$IMT2 := \sum_{i=1}^n \left(((a+a5) \tau_i^6 - 2 tp (a ab - a1) \tau_i^5 + tp^2 (6 a2 + a ab^2 - 4 a1 ab) \tau_i^4 + 2 tp^3 (a1 ab^2 + 12 a3 - 6 a2 ab) \tau_i^3 + 6 tp^4 (a2 ab^2 - 8 a3 ab + 20 a4) \tau_i^2 + 24 tp^5 ab (a3 ab - 10 a4) \tau_i + 120 tp^6 a4 ab^2) tp e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + a5 \tau_i^6 (-\tau_i + tp (-1 + ab)) e^{a6} - ((a1 + a3 + a4 + a + a2) \tau_i^5 + tp (2 a1 + a + 4 a3 + 3 a2 + 5 a4) \tau_i^4 + 2 tp^2 (3 a2 + 6 a3 + 10 a4 + a1) \tau_i^3 + 6 tp^3 (4 a3 + a2 + 10 a4) \tau_i^2 + 24 tp^4 (a3 + 5 a4) \tau_i + 120 tp^5 a4) (-\tau_i + ab tp)^2 \right) e^{\left(-\frac{\tau_i}{tp}\right)} f2_i / (tp \tau_i^4 (-\tau_i + ab tp)^2 F2)$$

que para los valores de los parámetros:

$$a := 0.794473$$

$$a1 := -3.28073$$

$$a2 := 6.9481099910$$

$$a3 := -7.77422593$$

$$a4 := 3.369598102$$

Se transforma en:

$$IMT2 := \sum_{i=1}^n \left(0.388203177210^{15} \tau_i^4 tp e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + 0.131593818610^{22} tp^7 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + 0.547047904610^{17} \tau_i^5 tp^2 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} - 0.184202397010^{20} tp^4 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} \tau_i^3 + 0.212876276910^{19} \tau_i^4 tp^3 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + 0.122371179410^{21} tp^5 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} \tau_i^2 - 0.578039734610^{21} tp^4 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} \tau_i - 0.737898451910^{21} tp^4 \tau_i - 0.131593818610^{22} tp^7 - 0.228900652010^{14} \tau_i^7 - 0.342541034610^{20} \tau_i^3 tp^4 - 0.338491476510^{19} \tau_i^4 tp^3 - 0.202300538010^{21} tp^3 \tau_i^2 - 0.249706887010^{18} \tau_i^5 tp^2 - 0.446075427310^{14} \tau_i^4 tp \right)$$

$$e^{\left(-\frac{1-\tau_i}{\tau}\right)} f_{2,i} / (0.400000000010^{15} \tau_i^4 tp F2 + 0.721602552410^{17} \tau_i^3 tp^2 F2 + 0.325443902310^{19} \tau_i^4 tp^3 F2)$$

Para tres reactores con tiempos de residencia medio iguales (tp) y composición constante de la fase fluida

Procediendo de igual modo que en los casos anteriores, se obtiene:

$$\int_0^{\tau} \frac{\left(a + \frac{a1 t}{\tau} + \frac{a2 t^2}{\tau^2} + \frac{a3 t^3}{\tau^3} + \frac{a4 t^4}{\tau^4} + a5 e^{\left(\frac{a6 t}{\tau}\right)} \right) t^2 e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)} dt := IM3$$

$$IMT3 := \sum_{i=1}^n \frac{IM3_i f_{3,i}}{F3}$$

donde:

$f_{3,i} / F3$: fracción de partículas de tamaño R_i en el alimentado al reactor.

$F3$: caudal de alimentación de sólidos al sistema reaccionante formado por los tres reactores.

τ_i : tiempo de reacción completa de las partículas de tamaño R_i .

$$\begin{aligned} IMT3 := & \sum_{i=1}^n \left((tp^3 (360 a4 tp^4 + 60 \tau_i a3 tp^3 + 12 \tau_i^2 a2 tp^2 + 3 \tau_i^3 a1 tp + \tau_i^4 a) a6^3 \right. \\ & - 3 \tau_i tp^2 (360 a4 tp^4 + 60 \tau_i a3 tp^3 + 12 \tau_i^2 a2 tp^2 + 3 \tau_i^3 a1 tp + \tau_i^4 a) a6^2 \\ & + 3 \tau_i^2 tp (360 a4 tp^4 + 60 \tau_i a3 tp^3 + 12 \tau_i^2 a2 tp^2 + 3 \tau_i^3 a1 tp + \tau_i^4 a) a6 \\ & - ((a + a5) \tau_i^4 + 3 \tau_i^3 a1 tp + 12 \tau_i^2 a2 tp^2 + 60 \tau_i a3 tp^3 + 360 a4 tp^4) \tau_i^3) tp^2 e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} \\ & + \frac{1}{2} (a6^2 tp^2 - 2 tp (\tau_i + tp) a6 + 2 tp \tau_i + \tau_i^2 + 2 tp^2) \tau_i^7 a5 e^{a6} - \left(\right. \\ & \left. \left(\frac{a2}{2} + \frac{a1}{2} + \frac{a4}{2} + \frac{a}{2} + \frac{a3}{2} \right) \tau_i^6 + \left(\frac{5 a3}{2} + 2 a2 + a + 3 a4 + \frac{3 a1}{2} \right) tp \tau_i^5 \right. \\ & + tp^2 (6 a2 + 15 a4 + 10 a3 + a + 3 a1) \tau_i^4 + 3 tp^3 (20 a4 + a1 + 4 a2 + 10 a3) \tau_i^3 \\ & + 12 tp^4 (a2 + 5 a3 + 15 a4) \tau_i^2 + 60 tp^5 (a3 + 6 a4) \tau_i + 360 a4 tp^6) \\ & \left. (-\tau_i + a6 tp)^3 \right) f_{3,i} e^{\left(-\frac{\tau_i}{tp}\right)} / (tp^2 \tau_i^4 (-\tau_i + a6 tp)^3 F3) \end{aligned}$$

que para los valores de los parámetros:

$$a := 0.794473$$

$$a1 := -3.28073$$

$$a2 := 6.9481099910$$

$$a3 := -7.77422593$$

$$a4 := 3.369598102$$

$$a5 := 0.176034943$$

$$a6 := -90.20031905$$

Se transforma en

$$\begin{aligned}
 IMT3 := \sum_{i=1}^n & \left(0.5000000000 \cdot 10^{-9} \left(0.2689888126 \cdot 10^{36} \tau_i^5 t p^4 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} \right. \right. \\
 & + 0.1552812709 \cdot 10^{32} \tau_i^7 t p^2 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} + 0.5838579269 \cdot 10^{37} \tau_i^4 t p^5 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} \\
 & + 0.8021079910 \cdot 10^{39} t p^7 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} \tau_i^2 - 0.8500614833 \cdot 10^{38} t p^6 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} \tau_i^3 \\
 & + 0.1424376531 \cdot 10^{41} t p^9 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} + 0.3282287428 \cdot 10^{34} \tau_i^6 t p^3 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} \\
 & - 0.5003386739 \cdot 10^{40} t p^8 e^{\left(\frac{t}{tp}\right)} \tau_i - 0.4578013040 \cdot 10^{30} \tau_i^9 - 0.7512755903 \cdot 10^{37} \tau_i^5 t p^4 \\
 & - 0.1424376531 \cdot 10^{41} t p^9 - 0.8147885799 \cdot 10^{38} \tau_i^4 t p^5 - 0.5893693587 \cdot 10^{39} t p^6 \tau_i^3 \\
 & - 0.1317850326 \cdot 10^{33} \tau_i^7 t p^2 - 0.1309667105 \cdot 10^{33} \tau_i^8 t p - 0.2920603908 \cdot 10^{40} t p^7 \tau_i^2 \\
 & \left. - 0.5331535261 \cdot 10^{34} \tau_i^6 t p^3 - 0.9240378574 \cdot 10^{40} t p^8 \tau_i \right) e^{\left(-\frac{1 \cdot t}{\tau}\right)} f_{3i} / (t p^2 \tau_i^4 (\\
 & 0.8000000000 \cdot 10^{22} \tau_i^5 + 0.2164807657 \cdot 10^{25} t p \tau_i^2 + 0.1952663414 \cdot 10^{27} \tau_i t p^2 \\
 & \left. + 0.5871028764 \cdot 10^{28} t p^3) F3) \right)
 \end{aligned}$$

Para cuatro reactores con tiempos de residencia medio iguales (tp) y composición constante de la fase fluida

Procediendo de igual modo que en los casos anteriores, se obtiene:

$$\int_0^{\tau} \left(a + \frac{a1 t}{\tau} + \frac{a2 t^2}{\tau^2} + \frac{a3 t^3}{\tau^3} + \frac{a4 t^4}{\tau^4} + a5 e^{\left(\frac{a6 t}{\tau}\right)} \right) t^3 e^{\left(-\frac{t}{tp}\right)} \frac{1}{6} \frac{dt}{tp^4} := IM4$$

$$IMT4 := \sum_{i=1}^n \frac{IM4_i f4_i}{F4}$$

donde:

- f4_i/F4: fracción de partículas de tamaño R_i en el alimentado al reactor,
- F4: caudal de alimentación de sólidos al sistema reaccionante formado por los cuatro reactores,
- t_i: tiempo de reacción completa de las partículas de tamaño R_i.

$$\begin{aligned}
IMT4 := & \sum_{i=1}^8 \left(tp^3 \left((a+a5) \tau_i^8 - 4tp(-a1+a6) \tau_i^7 \right. \right. \\
& + 6 \left(a a6^2 + \frac{10 a2}{3} - \frac{8 a1 a6}{3} \right) tp^2 \tau_i^6 \\
& - 4 tp^3 (-30 a3 + 20 a2 a6 + a a6^3 - 6 a1 a6^2) \tau_i^5 \\
& + tp^4 (a a6^4 + 120 a2 a6^2 - 480 a3 a6 + 840 a4 - 16 a1 a6^3) \tau_i^4 \\
& + 4 tp^5 a6 (a1 a6^3 - 20 a2 a6^2 + 180 a3 a6 - 840 a4) \tau_i^3 \\
& + 20 tp^6 a6^2 (a2 a6^2 - 24 a3 a6 + 252 a4) \tau_i^2 + 120 tp^7 a6^3 (a3 a6 - 28 a4) \tau_i \\
& \left. + 840 tp^8 a4 a6^4 \right) e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + \frac{1}{6} a5 \\
& (-\tau_i^5 + 3 tp (a6 - 1) \tau_i^4 - 3 tp^2 (a6^2 + 2 - 2 a6) \tau_i + tp^3 (-6 - 3 a6^2 + 6 a6 + a6^3)) \\
& \tau_i^8 e^{a6} - \left(\left(\frac{a1}{6} + \frac{a2}{6} + \frac{a3}{6} + \frac{a4}{6} + \frac{a}{6} \right) \tau_i^7 \right. \\
& + \frac{1}{2} tp \left(\frac{5 a2}{3} + 2 a3 + \frac{4 a1}{3} + \frac{7 a4}{3} + a \right) \tau_i^6 \\
& + tp^2 \left(7 a4 + 5 a3 + a + \frac{10 a2}{3} + 2 a1 \right) \tau_i^5 \\
& + tp^3 (4 a1 + a + 35 a4 + 10 a2 + 20 a3) \tau_i^4 + 4 tp^4 (35 a4 + a1 + 5 a2 + 15 a3) \tau_i^3 \\
& + 20 tp^5 (6 a3 + a2 + 21 a4) \tau_i^2 + 120 tp^6 (a3 + 7 a4) \tau_i + 840 tp^7 a4 \\
& \left. (-\tau_i + a6 tp)^4 \right) f4_i e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} / (tp^3 \tau_i^4 (-\tau_i + a6 tp)^4 F4)
\end{aligned}$$

que para los valores de los parámetros:

$$\begin{aligned}
a &:= 0.794473 \\
a1 &:= -3.28073 \\
a2 &:= 6.9481099910 \\
a3 &:= -7.77422593 \\
a4 &:= 3.369598102 \\
a5 &:= 0.176034943 \\
a6 &:= -90.20031905
\end{aligned}$$

Se transforma en:

$$\begin{aligned}
 IMT4 := & \sum_{i=1}^n \left(f4_i (0.1873655256 \cdot 10^{12} \tau_i^{11} + 0.9705079430 \tau_i^8 \tau_i^3 + 273.5239523 \tau_i^7 \tau_i^4 \right. \\
 & + 34187.65492 \tau_i^6 \tau_i^5 + 0.1740775605 \cdot 10^7 \tau_i^5 \tau_i^4 + 0.2051837710 \cdot 10^8 \tau_i^4 \tau_i^7 \\
 & - 0.5052804768 \cdot 10^9 \tau_i^8 \tau_i^5 + 0.6598364642 \cdot 10^{10} \tau_i^9 \tau_i^2 - 0.5344593391 \cdot 10^{11} \tau_i \tau_i^{10}) \\
 & e^{\left(\frac{\tau_i}{\tau_i}\right)} + f4_i (-0.009537527700 \tau_i^{11} - 0.1873655257 \cdot 10^{12} \tau_i^{11} \\
 & - 0.1202833118 \cdot 10^7 \tau_i^7 \tau_i^4 - 3.598298846 \tau_i^{10} \tau_i - 524.3976943 \tau_i^9 \tau_i^2 \\
 & - 36449.60557 \tau_i^8 \tau_i^3 - 0.1059770481 \cdot 10^{11} \tau_i^8 \tau_i^3 - 0.1759971313 \cdot 10^8 \tau_i^6 \tau_i^5 \\
 & - 0.2038118220 \cdot 10^9 \tau_i^5 \tau_i^6 - 0.1713661471 \cdot 10^{10} \tau_i^4 \tau_i^7 - 0.4683519354 \cdot 10^{11} \tau_i^9 \tau_i^2 \\
 & \left. - 0.1339195917 \cdot 10^{12} \tau_i \tau_i^{10} \right) e^{\left(-\frac{1 \cdot \tau_i}{\tau_i}\right)} / (\tau_i^3 \tau_i^4 (1 \cdot \tau_i + 90.20031905 \tau_i)^4 F4)
 \end{aligned}$$

Para cinco reactores con tiempos de residencia medio iguales (tp) y composición constante de la fase fluida

Procediendo de igual modo que en los casos anteriores, se obtiene:

$$\int_0^{\tau} \frac{1}{24} \left(a + \frac{a1 t}{\tau} + \frac{a2 t^2}{\tau^2} + \frac{a3 t^3}{\tau^3} + \frac{a4 t^4}{\tau^4} + a5 e^{\left(\frac{a6 t}{\tau}\right)} \right) t^4 e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} dt := IM5$$

$$IMT5 := \sum_{i=1}^n \frac{IM5_i f5_i}{F5}$$

donde:

f5/F5: fracción de partículas de tamaño R_i en el alimentado al sistema reaccionante,

F5: caudal de alimentación de sólidos al sistema reaccionante formado por los cinco reactores,

τ_i : Tiempo de reacción completa de las partículas de tamaño R_i .

$$\begin{aligned}
 IMT5 := & \sum_{i=1}^n e^{\left(-\frac{\tau_i}{\tau_i}\right)} \left(\right. \\
 & \tau_i^3 (1680 a4 \tau_i^4 + 210 \tau_i a3 \tau_i^3 + 30 \tau_i^2 a2 \tau_i^2 + 5 \tau_i^3 a1 \tau_i + \tau_i^4 a) a6^5 \\
 & - 5 \tau_i^4 \tau_i (1680 a4 \tau_i^4 + 210 \tau_i a3 \tau_i^3 + 30 \tau_i^2 a2 \tau_i^2 + 5 \tau_i^3 a1 \tau_i + \tau_i^4 a) a6^4 \\
 & + 10 \tau_i^3 \tau_i^2 (1680 a4 \tau_i^4 + 210 \tau_i a3 \tau_i^3 + 30 \tau_i^2 a2 \tau_i^2 + 5 \tau_i^3 a1 \tau_i + \tau_i^4 a) a6^3 \\
 & - 10 \tau_i^2 \tau_i^3 (1680 a4 \tau_i^4 + 210 \tau_i a3 \tau_i^3 + 30 \tau_i^2 a2 \tau_i^2 + 5 \tau_i^3 a1 \tau_i + \tau_i^4 a) a6^2 \\
 & + 5 \tau_i \tau_i^4 (1680 a4 \tau_i^4 + 210 \tau_i a3 \tau_i^3 + 30 \tau_i^2 a2 \tau_i^2 + 5 \tau_i^3 a1 \tau_i + \tau_i^4 a) a6 \\
 & \left. - \tau_i^5 ((a5 + a) \tau_i^4 + 5 \tau_i^3 a1 \tau_i + 30 \tau_i^2 a2 \tau_i^2 + 210 \tau_i a3 \tau_i^3 + 1680 a4 \tau_i^4) \right) \tau_i^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + \frac{1}{24} a5 (a6^4 tp^4 - 4 tp^3 (tp + \tau_i) a6^3 + (6 tp^2 \tau_i^2 + 12 tp^4 + 12 tp^3 \tau_i) a6^2 \\
& + (-12 tp^2 \tau_i^2 - 24 tp^3 \tau_i - 4 tp \tau_i^3 - 24 tp^4) a6 + 24 tp^3 \tau_i + 12 tp^2 \tau_i^2 + \tau_i^4 + 24 tp^4 \\
& + 4 tp \tau_i^3) \tau_i^9 e^{a6} - (-\tau_i + a6 tp)^5 \left(\left(\frac{a}{24} + \frac{a1}{24} + \frac{a3}{24} + \frac{a2}{24} + \frac{a4}{24} \right) \tau_i^8 \right. \\
& + \frac{1}{6} tp \left(\frac{7 a3}{4} + a + \frac{5 a1}{4} + \frac{3 a2}{2} + 2 a4 \right) \tau_i^7 \\
& + \frac{1}{2} tp^2 \left(\frac{7 a3}{2} + \frac{5 a2}{2} + a + \frac{5 a1}{3} + \frac{14 a4}{3} \right) \tau_i^6 \\
& + tp^3 \left(a + \frac{5 a1}{2} + 14 a4 + 5 a2 + \frac{35 a3}{4} \right) \tau_i^5 \\
& + tp^4 (5 a1 + 15 a2 + 35 a3 + a + 70 a4) \tau_i^4 + 5 tp^5 (a1 + 6 a2 + 21 a3 + 56 a4) \tau_i^3 \\
& \left. + 30 tp^6 (7 a3 + a2 + 28 a4) \tau_i^2 + 210 tp^7 (8 a4 + a3) \tau_i + 1680 tp^8 a4 \right) f5_i / (\\
& tp^4 \tau_i^4 (-\tau_i + a6 tp)^5 F5)
\end{aligned}$$

que para los valores de los parámetros

$$\begin{aligned}
a &:= 0.794473 \\
a1 &:= -3.28073 \\
a2 &:= 6.9481099910 \\
a3 &:= -7.77422593 \\
a4 &:= 3.369598102 \\
a5 &:= 0.176034943 \\
a6 &:= -90.20031905
\end{aligned}$$

Se transforma en

$$\begin{aligned}
IMTS &:= \sum_{i=1}^n \left(0.3380086038 \cdot 10^{14} tp^{13} - 0.7874373930 \cdot 10^{13} tp^{12} \tau_i \right. \\
& + 0.7457855758 \cdot 10^{12} tp^{11} \tau_i^2 - 0.4047466364 \cdot 10^{11} tp^{10} \tau_i^3 + 0.7138830879 \cdot 10^9 tp^9 \tau_i^4 \\
& + 0.1588006404 \cdot 10^9 \tau_i^5 tp^8 + 0.4588226000 \cdot 10^7 \tau_i^6 tp^7 + 57449.46932 \tau_i^7 tp^6 \\
& + 341.9049403 \tau_i^8 tp^5 + 0.9705079430 \tau_i^9 tp^4) f5_i e^{\left(\frac{\tau_i}{tp}\right)} + (-0.1147274183 \cdot 10^7 \tau_i^9 tp^4 \\
& - 21168.62549 \tau_i^{10} tp^3 - 213.3952811 \tau_i^{11} tp^2 - 1.117031092 \tau_i^{12} tp \\
& - 0.3302745241 \cdot 10^8 \tau_i^8 tp^5 - 0.5013514453 \cdot 10^9 \tau_i^7 tp^6 - 0.6174808766 \cdot 10^{10} \tau_i^6 tp^7 \\
& - 0.5850787053 \cdot 10^{11} \tau_i^5 tp^8 - 0.4291055340 \cdot 10^{12} tp^9 \tau_i^4 - 0.2401600676 \cdot 10^{13} tp^{10} \tau_i^3 \\
& - 0.9771841833 \cdot 10^{13} tp^{11} \tau_i^2 - 0.2592648646 \cdot 10^{14} tp^{12} \tau_i - 0.002384381900 \tau_i^{13} \\
& \left. - 0.3380086038 \cdot 10^{14} tp^{13} \right) f5_i e^{\left(-\frac{\tau_i}{tp}\right)} / (tp^4 \tau_i^4 (1. \tau_i + 90.20031905 tp)^5 F5)
\end{aligned}$$

Conclusiones

Se ha obtenido la expresión correspondiente para el cálculo de la fracción media no convertida del reactante sólido, para sistemas formados desde uno hasta cinco unidades con mezclado total de los sólidos, conectadas en serie; tanto para un tamaño único de partícula, como para mezclas de diferentes tamaños. Siguiendo el procedimiento utilizado, puede obtenerse la expresión requerida para cualquier otro número de unidades que resulte de interés; siempre que se utilice en la ecuación A, la distribución de tiempos de residencia que corresponda. +

Estas expresiones tienen la ventaja de no requerir procedimientos *iterativos* en ninguno de los casos, lo cual facilita su empleo en forma directa, o en la confección de algoritmos programables.

Nomenclatura

Nr: número de recipientes conectados en serie.
tp: tiempo de residencia de cada recipiente (igual para todas las unidades de la serie)
Et: distribución de tiempos de residencia de la serie de recipientes utilizada como reactor.

f_n/F_n : fracción de partículas de tamaño R_i en el alimentado al reactor.

F_n: caudal de alimentación de sólidos al sistema reaccionante formado por los n reactores.

t: tiempo de permanencia de las partículas en la zona de reacción (t),

τ_i : tiempo de reacción completa de las partículas de tamaño R_i .

$Y=t/\tau_i$: relación entre el tiempo de permanencia de las partículas en la zona de reacción y su tiempo de reacción completa.

IMN: valor de la fracción media del reactante sólido no convertido, en el sistema formado por n reactores (con alimentado de tamaño único).

IMTN: valor de la fracción media del reactante sólido no convertido, en el sistema formado por n reactores (con alimentado de mezcla de partículas de diferentes tamaños).

Bibliografía

1. Levenspiel, O., "Ingeniería de las reacciones químicas", Editorial Reverté, S.A. 1986.
2. STATISTICA 6" copyright. StatSoft.Inc.2001.
3. Viera Bertrán René; Soler Pérez Santiago; "Diseño y análisis de reactores químicos" t. 3, Editorial Félix Varela, 1991.
4. Maple. 13. a division of Waterloo Maple Inc. 2009.