

## EMPLEO DEL SIMULINK DEL MATLAB PARA LA SIMULACIÓN DE BIOREACTORES

\*Henry Bory Prévész, \*\*Dunia Rodríguez Heredia

\* Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Oriente, \*\* Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Sede Julio Antonio Mella

*En el presente trabajo se muestra cómo realizar la simulación del comportamiento de la concentración másica de un determinado microorganismo (m.o.) en un biorreactor y en una batería de bioreactores, empleando el Simulink del Matlab. Para cumplimentar lo anterior primero aplicamos el balance de materia a la masa de microorganismo tanto en el biorreactor como al sistema de bioreactores, obteniendo a partir de esta el modelo matemático que describe su comportamiento (sistema de ecuaciones diferenciales), luego le aplicamos la transformada de Laplace para obtener dicho modelo en función de transferencia (forma empleada en la simulación). Posteriormente se describen dos ejemplos para vía simulación obtener el comportamiento de las respuestas frente a cambios en los parámetros del sistema. Todo lo anterior se aplicará a la resolución de problemas impuestos en clases prácticas y trabajos de control extraclases del tema # 2 de la asignatura FQB-VIII (Microbiología) que se imparte en el primer semestre del tercer año de la carrera de Ingeniería Química, con el objetivo de que el estudiante cuente con una herramienta computacional que le permita profundizar los conocimientos recibidos en clases acerca de los procesos fermentativos que ocurren en los bioreactores.*

**Palabras clave:** bioreactores, fermentación, modelación, simulación, balance de materias.

*The present paper shows how to conduct the simulation of the behaviour of the mass concentration of a particular microorganism (m.o.) in a bioreactor and in a collection of bioreactors, using the Simulink of Matlab. To do the previously stated, firstly we apply the matter balance to the mass of microorganism in the bioreactor as well as in the bioreactor system, getting from this the mathematical model which describes their behaviour (system of differential equations), then we will apply the Laplace transformations to get said model in a transfer function (the form used in the simulation). Two examples were previously described to obtain via simulation the behaviour of the responses to changes in the parameters of the system. All of the above will be applied in problem solving practical classes and in partial examinations for topic # 2 of the subject FQB-VIII (Microbiology), which is taught in the first semester of the third year of the career of Chemical Engineering, with the objective that the student has a computational tool that allows him to deepen the knowledge received in classes about the fermentation processes that occur in the bioreactor.*

**Key words:** bioreactors, fermentation, modelation, simulation, mass balance.

### Introducción

La fermentación es el proceso mediante el cual se produce la degradación incompleta de compuestos orgánicos como los carbohidratos, con la consecuente liberación de energía inherente a la estructura de estas moléculas oxidables. Este proceso es casi universal, llevándose a cabo por la mayor parte de los microorganismos (m.o.), y es de gran importancia a nivel mundial ya que se utiliza para la obtención a escala industrial de disímiles productos de alta demanda poblacional como la cerveza, el yogurt, entre otros.

En nuestro país existen muchas industrias que trabajan este perfil. En la provincia de Santiago de Cuba, la Cervecería Hatuey y la Pasteurizadota son ejemplos de centros en los cuales los productos comercializables que se obtienen son consecuencia de un proceso de fermentación llevado a cabo por (m.o.). En centros de este tipo, la labor del Ingeniero Químico es de vital importancia, es por ello que en el plan de estudios de la carrera Ingeniería Química se imparte esta temática en dos conferencias pertenecientes al tema # 2 *Fisiología de los microorganismos*, de la asigna-

tura Fundamentos Químicos y Biológicos VIII (FQB-VIII).

La asignatura FQB-VIII (Microbiología) es básica-específica, y su contenido se imparte en el primer semestre del tercer año de la carrera Ingeniería Química, por lo que se ubica dentro del nivel de integración primario de la carrera. Uno de los objetivos de este nivel es el de caracterizar los rasgos esenciales de los bloques de conceptos y principio fundamentales (balance de masa y energía) y explicar la función en la Ingeniería Química, como elementos de estructuración de procesos complejos en forma directa y como soporte de las operaciones básicas. Sin embargo, cuando se enfrentan a esta problemática, en lo que concierne al balance de materias dentro de un bioreactor, los estudiantes presentan dificultades al realizar los análisis y diseño de un bioreactor o de un sistema de bioreactores, para un determinado (m.o), debido a que debe solucionar una o un sistema de ecuaciones diferenciales, por lo que no tiene idea del comportamiento dinámico de estos sistemas.

A pesar de existir un programa director de computación, en la asignatura, no está asignado ningún programa que le sirva de herramienta al estudiante para solucionar las ecuaciones diferenciales que surgen de aplicar el balance de materias a los bioreactores, en especial los de mezclado perfecto. Para superar esta deficiencia emplearemos en este trabajo un programa profesional, el MatLab 6,5 Simulink, que posee un ambiente amigable y fácil de trabajar, lo que permitirá simular los bioreactores a través de funciones de transferencia que surgen al aplicar la Transformada de Laplace a las ecuaciones diferenciales obtenidas a partir del balance de materiales.

En este artículo, se presenta cómo modelar un bioreactor o sistema de este y a partir de las ecuaciones, usar el Simulink para obtener la respuesta dinámica.

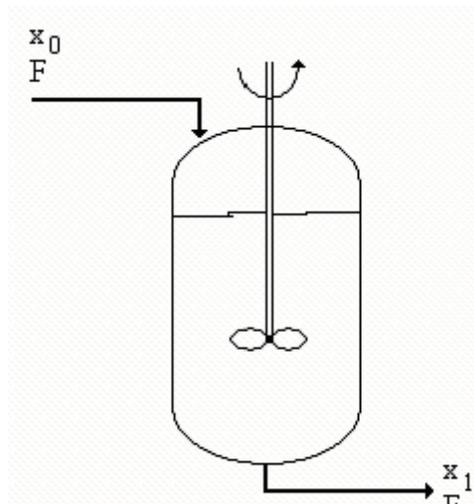
## Desarrollo

### *Modelación matemática de la concentración de microorganismo dentro de un bioreactor y esquema de simulación*

Comenzaremos esta sección aplicando el balance de masa correspondiente a un bioreactor continuo de mezclado perfecto, para lo cual partimos de los siguientes supuestos:

1. Al ser el mezclado perfecto, implica que el fluido al entrar al tanque se mezcla instantáneamente con el fluido existente dentro del tanque.
2. Debido a la agitación intensa, todas las propiedades del fluido como la concentración del microorganismo, son homogéneas en todo el volumen.
3. La concentración del microorganismo a la salida del tanque es la misma que la existente dentro de este.
4. Como el flujo volumétrico del alimentado es igual al flujo volumétrico del fluido que sale del tanque, el volumen es constante.

Se muestra (figura 1) el bioreactor continuo de mezclado perfecto formado por un solo tanque, junto a las variables de interés.



**Fig 1. Bioreactor continuo de mezclado perfecto.**

La expresión del balance de masa de m.o. a régimen estacionario para dicho bioreactor (figura 1), viene dada por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Variación de la} \\ \text{masa dentro} \\ \text{del Sistema} \\ \frac{dm}{dt} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujo de} \\ \text{masa} \\ \text{que entra} \\ \text{al Sistema} \\ x_0 F \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Flujo de} \\ \text{masa} \\ \text{que sale} \\ \text{del Sistema} \\ x_1 F \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{aparece} \\ \text{dentro del} \\ \text{Sistema por} \\ \text{crecimiento} \\ \left(\frac{dm}{dt}\right)_G \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{desaparece} \\ \text{dentro del} \\ \text{Sistema} \\ \text{por muerte} \\ \left(\frac{dm}{dt}\right)_D \end{array} \right\}$$

de la cual se obtiene la siguiente ecuación:

$$x_0 F - x_1 F + \left(\frac{dm}{dt}\right)_G - \left(\frac{dm}{dt}\right)_D \quad (1) \quad \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_G = \mu_G x_1 \quad (4)$$

donde:

F: Flujo volumétrico del alimentado y del fluido de salida [L/h].

$x_0$ : Concentración másica de (m.o.) del alimentado [g/L].

$x_1$ : Concentración másica de (m.o.) en el fluido de salida [g/L].

m: Masa de (m.o.) dentro del tanque [g].

Ahora la masa del (m.o.) dentro del tanque es:

$$m = x_1 V \quad (2)$$

donde V es el volumen efectivo dentro del tanque.

Sustituyendo (2) en (1) y sabiendo que el volumen es constante, se obtiene:

$$\frac{V dx_1}{dt} = x_0 F - x_1 F + V \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_G - V \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_D \quad (3)$$

donde:

$(dx_1/dt)_G$ : velocidad de cambio de concentración de m.o. debido al crecimiento [g/Lh].

$(dx_1/dt)_D$ : velocidad de cambio de concentración de m.o. debido a muerte [g/Lh].

Se conoce por la Microbiología, que la velocidad de cambio de concentración esta relacionada con la concentración de (m.o.) según:

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_D = \mu_D x_1 \quad (5)$$

donde

$\mu_G$ : Velocidad específica de crecimiento [L/h].

$\mu_D$ : Velocidad específica de muerte [L/h].

Luego sustituyendo en (3) se tiene:

$$\frac{V dx_1}{dt} = x_0 F - x_1 F + V \mu_G x_1 - V \mu_D x_1 \quad (6)$$

Dividiendo ambos términos de la ecuación anterior por V

$$\frac{dx_1}{dt} = x_0 \frac{F}{V} - x_1 \frac{F}{V} + \mu_G x_1 - \mu_D x_1 \quad (7)$$

Ahora definiendo  $D = F/V$  como velocidad de dilución cuya unidad es [L/h], se obtiene al sustituir en la ecuación anterior y agrupando términos, la ecuación que modelará el comportamiento de la concentración de (m.o.) en el transcurso del tiempo:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_0 D + (\mu_G - \mu_D - D) x_1 \quad (8)$$

Si consideramos que  $\mu_G \gg \mu_D$ , lo que ocurre en la práctica, entonces:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_0 D + (\mu_G - D) x_1 \quad (9)$$

Ecuación que nos dará el comportamiento de la concentración de (m.o.) en el transcurso del tiempo y nos relaciona esta con los parámetros  $D$  y  $\mu_G$  para un solo tanque.

De (9) se observa que en régimen estacionario:

$$0 = x_0 D + (\mu_G - D)x_1 \quad (10)$$

$$x_1 = \frac{D}{D - \mu_G} x_0 \quad (11)$$

De (11) puede inferirse que si  $D \gg \mu_G$ , la concentración de (m.o.) dentro del tanque se aproximará a la concentración de (m.o.) del alimentado. Si  $D$  es ligeramente mayor que  $\mu_G$ , entonces la concentración de (m.o.) del tanque será mucho mayor que la inicial, esto puede ser conveniente pero la respuesta dinámica del sistema será más lenta.

Para emplear el MATLAB, aplicamos la transformada de Laplace a (9), partiendo de condiciones iniciales nulas.

$$X_1(s) = \frac{D}{s + (D - \mu_G)} X_0(s) \quad (12)$$

de la cual se obtiene:

$$x_1 = \frac{D}{D - \mu_G} x_0 \quad (13)$$

Para simular esta ecuación en el Simulink, usamos el bloque función transferencia que se encuentra en la Librería Continuo del Simulink, para la entrada (concentración de m.o. de alimento) usaremos un escalón perteneciente a la Librería Fuentes y para visualizar la respuesta usaremos un scope perteneciente a la Librería Sumideros. En la figura 2 se muestra como quedaría el diagrama de bloques en el Simulink (lo cual explicaría la profesora en su clase práctica en computadora).

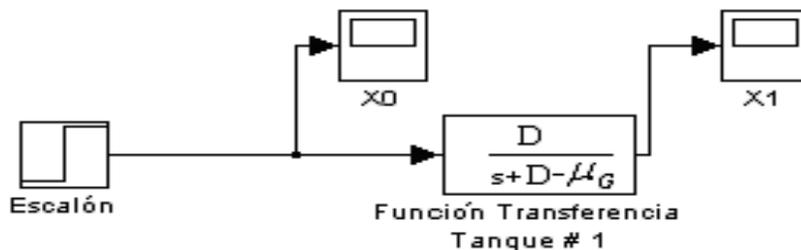


Fig 2. Diagrama de bloques para la simulación de un bioreactor.

Lo que es muy fácil de montar por el estudiante que sólo debe sustituir los valores de  $D$  y la velocidad específica de crecimiento como es indicado en (figura 2).

### **Modelación matemática de la concentración de microorganismo dentro de una batería de $n$ bioreactores y esquema de simulación**

Para la modelación matemática de un bioreactor continuo de mezclado perfecto conformado por  $n$  tanques en serie (figura 3), aplicamos el conjunto de supuestos a cada tanque por

separado y del supuesto número cuatro se observa que la serie de  $n$  tanques es equivolumen y  $F$  representa el flujo volumétrico el cual es el mismo para cada tanque, como no existe para este balance de materia interacción de un tanque con el siguiente ni con el anterior, se puede aplicar el balance de materia a cada uno por separado, observando que la concentración de entrada a un tanque es el de salida del tanque anterior, excepto para el primero.

Repitiendo el mismo procedimiento que en la sección anterior para cada tanque se obtiene el siguiente sistema de  $n$  ecuaciones diferenciales:

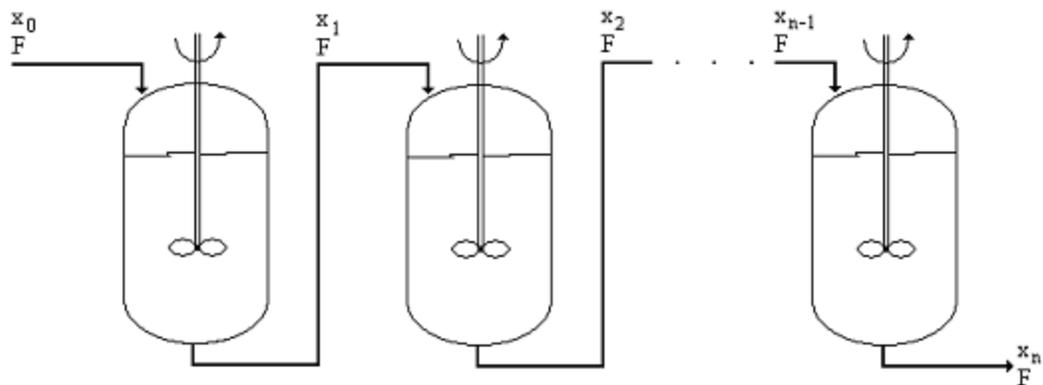


Fig 3. Batería de n bioreactores, sin recirculación.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = x_0 D + (\mu_G - D)x_1 \quad \text{Tanque \#1} \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 D + (\mu_G - D)x_2 \quad \text{Tanque \#2} \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} = x_{n-1} D + (\mu_G - D)x_n \quad \text{Tanque \#n} \end{array} \right. \quad (14)$$

Aplicando la transformada de Laplace, obtenemos el sistema de ecuaciones que modela el

comportamiento de la concentración de (m.o.) en cada tanque en función de transferencia:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1(s) = \frac{D}{s + (D - \mu_G)} X_0(s) \\ X_2(s) = \frac{D}{s + (D - \mu_G)} X_1(s) \\ \vdots \\ X_n(s) = \frac{D}{s + (D - \mu_G)} X_{n-1}(s) \end{array} \right. \quad (15)$$

Se puede simular el sistema de ecuaciones /15/ en el Simulink mediante el diagrama de bloque mostrado (figura 4).

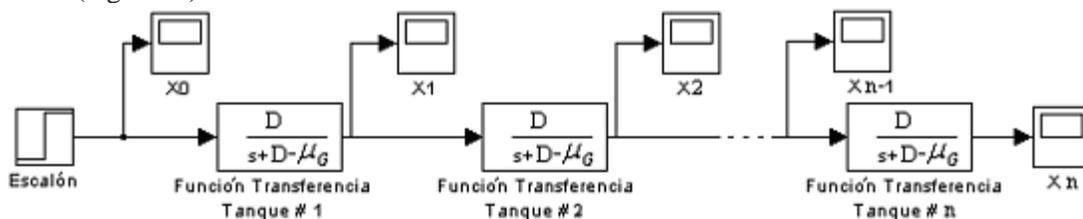


Fig 4. Diagrama de bloque para la simulación de una batería de n bioreactores.

### Ejemplo 1.

Para un bioreactor de fermentación continua  $\mu_G = 0,5 \text{ h}^{-1}$  y  $D = 5 \text{ h}^{-1}$ , si  $x_0 = 10 \text{ g/L}$ , determine:

- La respuesta dinámica (variación de la concentración de los m.o.).
- La respuesta dinámica para  $D = 0,6 \text{ h}^{-1}$ .

Para dar respuesta al inciso a se monta el diagrama de simulación que se muestra en la figura 5, donde el bloque escalón simula la concentración de (m.o.) en el efluente al tanque, en el bloque Función de Transferencia se han sustituidos los valores de  $D$  y  $\mu_G$  y con los bloques visualizadores denominados  $x_0$  y  $x_1$  se grafica la concentración de (m.o.) de entrada y de salida del tanque.

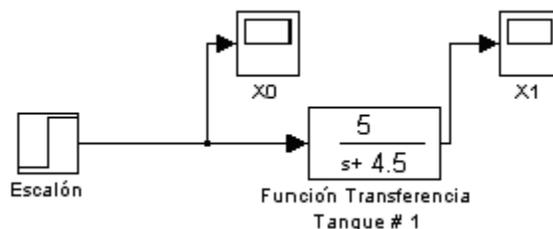


Fig 5. Esquema de simulación.

La figura 6 a muestra la concentración de (m.o.) a la salida del tanque en función del tiempo luego de la simulación, en ésta se observa que después de transcurrido un tiempo de

aproximadamente  $4/(D - \mu_G)$ , marcado con la línea de doble flechas, se alcanza el régimen estacionario y en este el valor de la concentración es de  $11 \text{ g/L}$ .

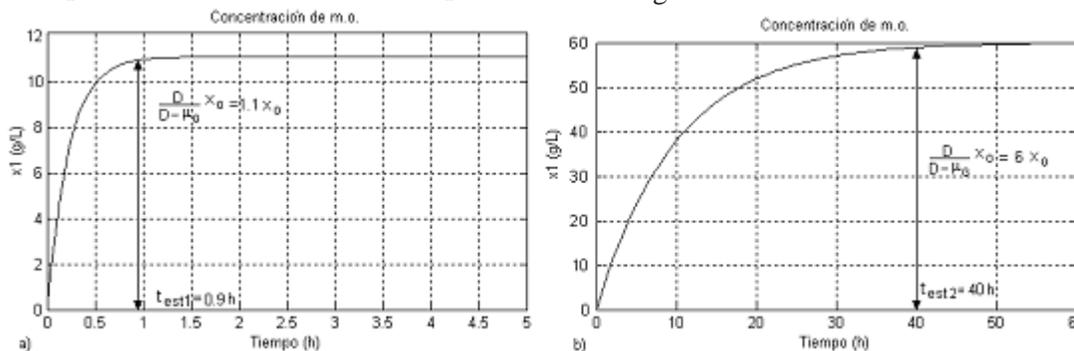


Fig 6. Gráficos de los valores instantáneos de la concentración de m.o.,  
a) Para  $D=5 \text{ h}^{-1}$ , b) Para  $D=0,6 \text{ h}^{-1}$

Para responder el inciso b, se sustituye en el bloque Función de Transferencia el valor de  $D = 0,6 \text{ h}^{-1}$  y de  $D - \mu_G = 0,1 \text{ h}^{-1}$ , luego de la simulación se obtiene con el visualizador  $x_1$  la concentración instantánea de (m.o.) a la salida del tanque figura 6 b, de ésta se observa que después de transcurrido un tiempo de aproximadamente  $4/(D - \mu_G) = 40 \text{ h}$ , marcado con la línea de doble flechas, la concentración alcanza el régimen estacionario con valor de  $60 \text{ g/L}$ , seis veces la concentración de entrada.

Comparando figura 6 a y figura 6 b se nota que al aproximar la velocidad de dilución a la velocidad específica de crecimiento del (m.o.) se obtiene en la respuesta a régimen una concentración de varias veces la de la entrada, pero el tiempo de establecimiento es mucho mayor, para el inciso b es de  $40 \text{ h}$  mientras que en el inciso a es de aproximadamente  $1 \text{ h}$ .

### Ejemplo 2

Para una batería conformada por tres bioreactores de fermentación continua suponga  $\mu_G = 0,5 \text{ h}^{-1}$  y  $D = 5 \text{ h}^{-1}$ , si  $x_0 = 10 \text{ g/L}$ , determine:

a) La respuesta dinámica (variación de la concentración de los m.o.).

b) La respuesta dinámica para  $D = 0,6 \text{ h}^{-1}$ .

Para dar respuesta al inciso a según la teoría desarrollada en el acápite 2,2, se monta el diagrama de bloques con  $D = 5 \text{ h}^{-1}$  y  $\mu_G = 0,5 \text{ h}^{-1}$  mostrado en figura 7, donde el bloque escalón

simula la concentración de (m.o.) en el efluente al tanque, en los bloques, Función de Transferencia, se han sustituidos los valores de  $D$  y  $\mu_G$  que poseen el mismo valor en cada tanque y con los bloques visualizadores denominados  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  se grafica la concentración de (m.o.) de entrada y de salida de cada tanque.

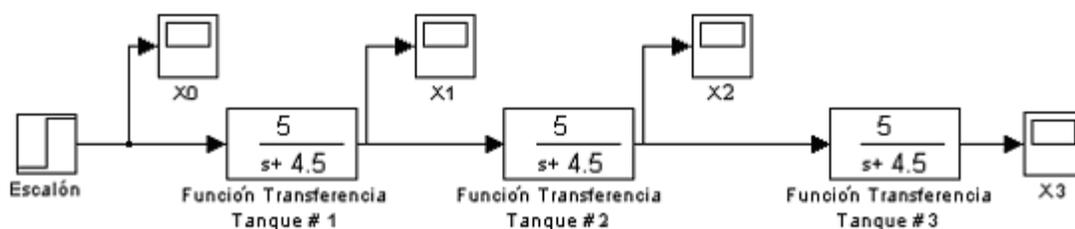


Fig. 7 Esquema de simulación de la batería de tres bioreactores.

La figura 8 a, b, c muestra la respuesta dinámica de la concentración de (m.o.) de salida de cada tanque dada por los visualizadores  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , de estas gráficas se observa, como  $D \gg \mu_G$  que el valor de la respuesta a estado estacionario de la salida de cada tanque es 1,1 el valor a estado estacionario de la entrada a este y el tiempo de establecimiento del sistema es relativamente corto, de aproximadamente 2 h.

Para la respuesta del inciso b, en cada Función Transferencia cambiamos el valor de  $D$  a  $0,6 \text{ h}^{-1}$  en figura 7 y las respuesta correspondientes a  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , se grafican en figura 8 d, e, f, de esta se observa que el valor de la concentración de

(m.o.) a estado estacionario es 6 veces el valor de la respuesta a estado estacionario del tanque anterior y que el tiempo de establecimiento ahora es mucho mayor para el ultimo tanque, alrededor de las 100 horas, luego, nuevamente se observa que hacer  $D$  pequeño se traduce en un aumento de la concentración de (m.o.) de varias veces la entrada, pero la respuesta dinámica del sistema en este caso es mucho más lenta. Por tanto si es conveniente en algún proceso aumentar la concentración de (m.o.) debe existir un compromiso con el tiempo en el que se logra obtener el régimen estacionario.

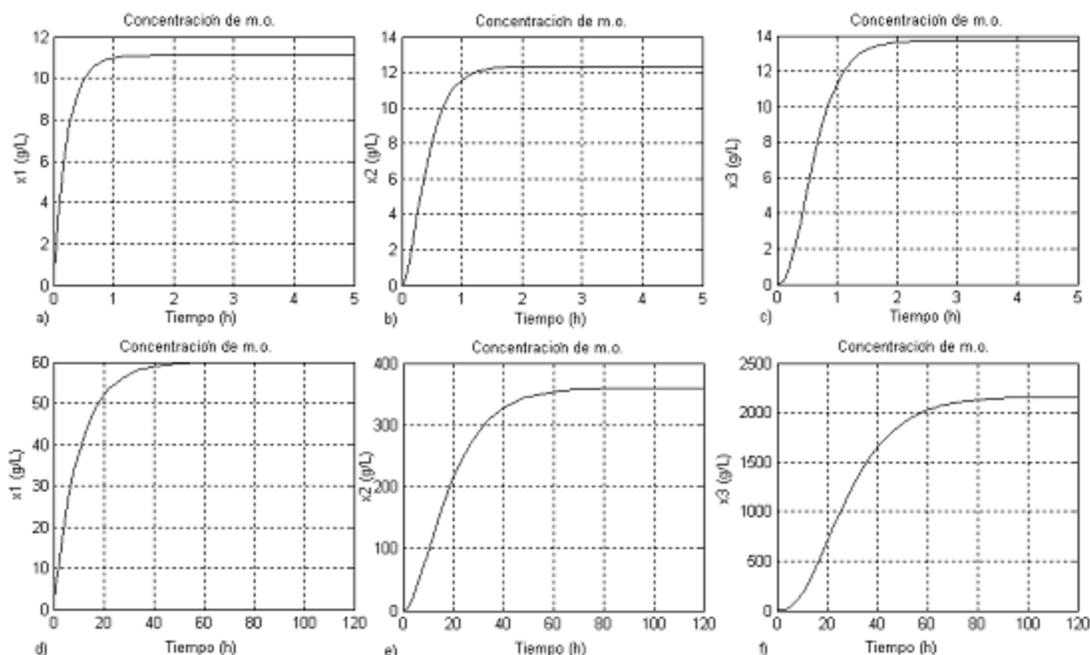


Fig 8. Gráficos de los valores instantáneos de la concentración de m.o

## Conclusiones

Las ventajas de introducir la simulación en la asignatura además de tener utilidad como laboratorio virtual, ayuda al alumno a comprender los conceptos abstractos y procesos de la asignatura pues le permite a éste visualizar:

- ◆ La respuesta del sistema ante un estímulo.
- ◆ La respuesta en cada bioreactor de una batería de bioreactores en serie, donde la salida de un tanque constituye el estímulo del siguiente, lo que hace que la solución analítica sea más compleja a medida que el número de tanques aumenta.
- ◆ La variación del comportamiento de la respuesta (concentración de m.o.) a la salida de un bioreactor como en cada tanque de una batería de bioreactores en función de la velocidad de dilución y de la velocidad de crecimiento específica si desea comparar diferentes microorganismos.

El montaje del esquema de simulación en el Simulink es fácil, rápido y sistemático. El aumento del número de tanques en una batería no aumenta excesivamente la complejidad del esquema de simulación, se traduce en añadir más bloques función de transferencia y visualizadores y esto no crea una demora mucho mayor en el tiempo de simulación.

## Bibliografía

1. Aiba, Humphrey y Millis.: *Biochemical Engineering*. pp. 107-122, Academic Press, 1964.
2. Bychkó B., T. J., S. A., A. J.: *Procesos Químicos y Termoenergéticos Dinámica y Control*. pp. 86-89, Ed. ENPES, Tomo II, La Habana, Cuba, 1988.
3. Pelczar M. J., R. R. D.: *Microbiología*. pp. 65-112, Ed. ENPSES, Tomo I, Agosto, 2004.
4. Schlegel H. G.: *Microbiología General*. Pp.212-247. Ed. Omega S.A, Barcelona, 1975.