

MODELO MATEMÁTICO PARA DESCRIBIR LA DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA DE LA FASE DISPERSA DE LAS SUSPENSIONES DE LATERITA

Liudmila Pérez García, Yaniel Cardero Llopiz, Leonel R. Garcell Puyáns
Universidad de Oriente, Facultad de Ingeniería Química

En este trabajo se estudian varias suspensiones acuosas de mineral laterítico que se procesan en la Empresa “Pedro Soto Alba”, de Moa, con el objetivo de verificar si sus distribuciones de tamaño de partículas pueden ser descritas por el modelo de Gaudin-Schumann y el de Rosin-Rammler-Sperling, que se proponen en la literatura con esa finalidad, así como por un modelo matemático empírico de variables normalizadas propuesto por los autores. Para este estudio se analizaron diez suspensiones industriales de laterita, con la ayuda del programa de computación STATISTIC, a las cuales se les determinó sus distribuciones granulométricas mediante un equipo analizador de tamaños de partículas del tipo HORIBA LA-910.

Los resultados del trabajo demuestran que los modelos tomados de la literatura describen parcialmente las distribuciones de tamaño de partículas de las suspensiones, en dependencia de los rangos de tamaño que estas poseen; mientras que el modelo empírico de variables normalizadas proporciona buenos ajustes, con altos valores de los coeficientes de regresión, describiendo las distribuciones de tamaño para todos los diámetros de las partículas presentes en los materiales estudiados.

Palabras clave: suspensiones de laterita, distribución de tamaño de partículas, modelo matemático, variables normalizadas.

In this paper have been explored several laterite aqueous suspensions, which are processed in the “Pedro Soto Alba” Company, of Moa, in order to verify whether their particle size distribution can be described according to the Gaudin – Schumann and the Rosin-Rammler-Sperling models, which are suggested in the literature for this purpose, as soon as the empirical mathematical model with normalized variables, proposed by the authors. For this study were analyzed ten industrial lateritic suspensions, with the help of the computational program STATISTIC. Their particle size distributions were measured using a size analyzer HORIBA LA-910.

The results of the study showed that both models, taken from literature, partially describe the suspension particle size distributions, in dependence on particle size ranges present in each sample. It has also been shown that the empirical model of normalized variables provides good adjustments, with high values of the regression coefficients, describing the size distributions for all particle diameter ranges present in each suspension.

Key words: laterite suspensions; particle size distribution; mathematic model; normalized variables.

Introducción

En el proceso tecnológico para producir níquel y cobalto, por la vía de la lixiviación ácida, se manipulan distintas suspensiones de diferentes naturalezas y características /8/, encontrándose entre las más importantes las pulpas crudas de laterita ferruginosa, que constituyen la materia prima principal del proceso. En Cuba, y en otras regiones tropicales del planeta, la laterita ferruginosa es una mezcla de minerales que resulta del proceso natural del intemperismo químico/10,14/, siendo los óxidos de hierro los más abundan-

tes en su contenido. En las fábricas donde se aplica el proceso de lixiviación ácida, el mineral laterítico es directamente extraído de los yacimientos, y, luego, procesado industrialmente para conformar las suspensiones, mezclando el mineral con agua. La manipulación en las fábricas de estas suspensiones requiere del conocimiento de sus características reológicas, las cuales han sido estudiadas por muchos investigadores en distintas partes del planeta /1, 2, 3, 4, 6, 11, 15/. En muchos trabajos se han abordado diferentes aspectos acerca de los factores que pueden influir sobre el comportamiento reológico de las pulpas de minerales, lográndose establecer

que la distribución de tamaños de las partículas sólidas es, entre otras, una de las variables de mayor influencia /2, 4, 5, 7, 8, 9, 17/.

Varios autores /5, 7, 8, 12, 16, 17/ han propuesto distintos modelos para describir las distribuciones de tamaños de partículas acumulativa y diferencial, que se obtienen en las operaciones de reducción de tamaño de sólidos. Entre ellos, son frecuentemente mencionados y aplicados los modelos de Gaudin-Schumann, de Rosin-Rammler-Sperling y de Gaudin-Meloy, en dependencia de las dimensiones de las partículas, y del tipo de fracturas que tienen lugar en los procesos de reducción de tamaño. Sin embargo, la distribución de tamaño de las partículas que conforman el mineral laterítico es producto de su mismo proceso natural de formación, durante el intemperismo en los yacimientos, y no como resultado de operaciones de reducción de tamaño. De ahí que, el objetivo fundamental del presente trabajo consiste en verificar la posibilidad de uso de dos de los modelos de la literatura, arriba señalados, el de Gaudin-Schumann y el de Rosin-Rammler-Sperling, para describir la distribución acumulativa de tamaño de partículas en las suspensiones de laterita, y, con este mismo propósito, comparar los resultados obtenidos mediante la aplicación del modelo matemático empírico de variables normalizadas, propuesto por los autores del presente trabajo.

Materiales y métodos utilizados

Origen de los datos

Se han utilizados los datos históricos de las distribuciones de tamaño acumulativas, correspondientes a 10 muestras de suspensiones lateríticas, que han sido manipuladas en el proceso de lixiviación ácida de la Empresa niquelífera “Pedro Sotto Alba” de Moa. Ocho de las muestras, procedentes de los yacimientos de mineral Atlantic 2 y Zona Sur de esa empresa, fueron tomadas en el mes de marzo de 1997 durante un período de operación de dos sema-

nas. También se emplearon los datos de las distribuciones de tamaño de otras dos suspensiones de laterita, tomadas del proceso tecnológico durante la operación de la fábrica, en el 2007.

Ensayos granulométricos

Las distribuciones de tamaño de las partículas sólidas fueron determinadas mediante un equipo analizador de tamaño HORIBA LA-910, el cual permite obtener aquellas fracciones de partículas muy finas inferiores a 0,045 mm (325 mallas), que no pueden ser determinadas normalmente mediante el uso de tamices. El ajuste de los datos experimentales de distribución de tamaño a los modelos antes mencionados fueron realizados con el auxilio del programa de computación STATISTIC.

Análisis de los resultados

La práctica general en las fábricas y los resultados de los trabajos de investigación realizados han demostrado que el contenido de partículas finas es relativamente alto en las pulpas de laterita, y que esas partículas ejercen un efecto importante sobre el comportamiento de estas suspensiones.

En la figura 1, a manera de ilustración, se presentan las curvas acumulativas correspondientes a cinco de las pulpas lateríticas analizadas, las cuales presentan el comportamiento típico de los sistemas polidispersos. La mayoría de las curvas se distribuyen de forma muy similar para las fracciones con diámetros de partículas inferiores al de sus respectivas medianas d_{50} . Para valores de diámetros mayores, algunas de las curvas se distribuyen muy cercanamente unas a otras; sin embargo, hay otras en las que se observa una cierta separación respecto al conjunto, mostrando comportamientos comparativamente distintos, en dependencia de las diferencias que presenten sus respectivos grados de dispersión de los tamaños de sus partículas.

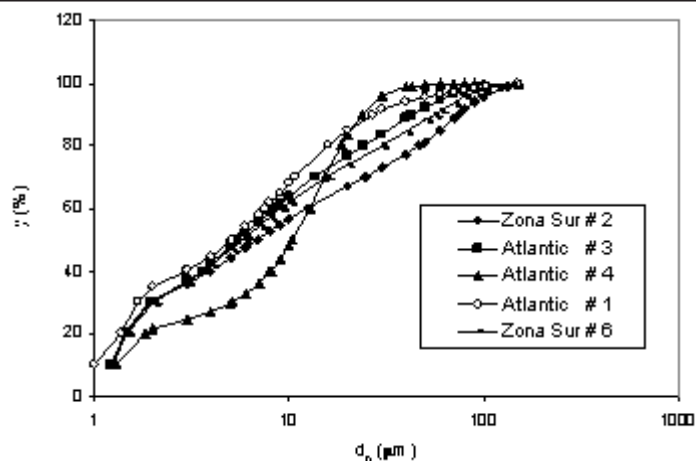


Fig. 1 Curvas de las distribuciones de tamaño de las partículas sólidas de las muestras históricas de las suspensiones analizadas.

En la figura 2, se presentan las curvas de distribución de tamaño acumulativa y diferencial de las suspensiones industriales que fueron tomadas del proceso en el 2007, en las cuales puede observarse que la pulpa M-13 esta compuesta, comparativamente, por partículas de tamaños relativamente

pequeñas; en cambio, en la suspensión M-36 no solo están presentes partículas de tamaños similares a las de la pulpa M-13, sino que, además, contiene partículas de diámetros mucho más grandes, de ahí que ésta presente un mayor grado de dispersión en las dimensiones de sus partículas.

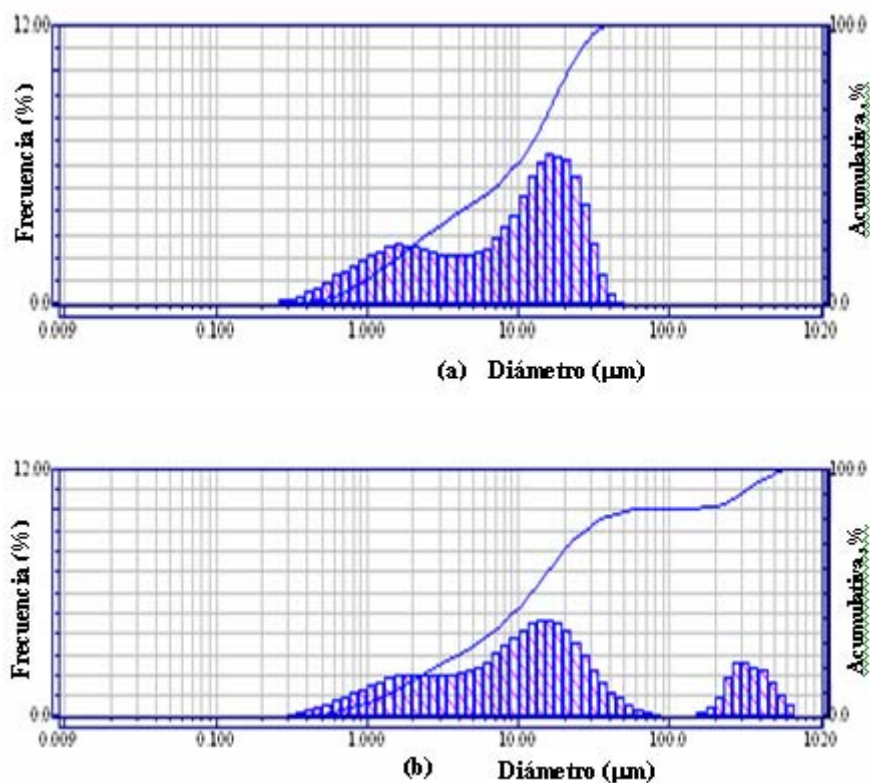


Fig. 2 Distribuciones acumulativa y diferencial de tamaño de partículas de las suspensiones tomadas en el 2007: (a) M-13 y (b) M-36, respectivamente.

En la figura se observa, además, que en el 100 % de las partículas sólidas de la suspensión M-13 se encuentran tamaños inferiores a los 51,47 μm , con una moda de 16,28 μm , lo cual indica que está conformada, fundamentalmente, por partículas relativamente finas.

Sin embargo, la suspensión M-36 presenta dos regiones en su distribución diferencial de tamaños: una primera, con diámetros inferiores a 88,6 μm , y otra segunda, más estrecha, con tamaños de partículas comprendidos en el rango de 174,6 a 678,5 μm . Por tanto, no resulta sorprendente que la suspensión M-13 posea un área específica mayor que la M-36, dado su mayor contenido de partículas finas, tal como se indica en la tabla 1.

Tabla 1
Valores del área específica y de la mediana de la fase dispersa de las suspensiones estudiadas

Suspensión	Área Específica (cm^2/cm^3)	Mediana (μm)
M-13	19625	9,81
M-36	14155	12,29

Ajuste de los datos experimentales de distribuciones de tamaño de partículas de las suspensiones a los modelos tomados de la literatura

La práctica industrial ha demostrado que, en el trabajo con suspensiones minerales, es conveniente disponer de algún modelo capaz de describir la distribución granulométrica de las partículas de la fase sólida que las constituyen. En el presen-

te trabajo han sido seleccionados de la literatura el modelo de Gaudin-Schumann y el de Rosin-Rammler-Sperling, con el propósito de verificar si las distribuciones de tamaño de partícula de las suspensiones de laterita, pueden ser descritas satisfactoriamente por estos modelos. Para ambos modelos se utilizaron las variables y los parámetros tal como han sido definidos por sus autores.

Ajuste de las distribuciones de tamaño al modelo de Rosin-Rammler-Sperling (R.R.S)

La expresión correspondiente a este modelo es /5, 7, 12, 16, 17/:

$$y = 1 - \exp(-(d_p/K)^n) \quad (1)$$

donde $K=36,8$ es el valor del parámetro definido como diámetro estadístico del modelo R.R.S. /12,16/. Introduciendo el valor del parámetro $K=36,8$ en la ecuación (1), y haciendo los arreglos requeridos, se llega a la expresión siguiente:

$$-\ln(1 - y) = (d_p/36,8)^n \quad (2)$$

Si se aplica \log_{10} a ambos miembros de la ecuación (2), se obtiene la expresión de una línea recta con pendiente n .

Al ajustar los datos experimentales de distribución de tamaño de las suspensiones anteriores a la expresión (2), se obtienen las curvas representadas en la figura 3, en las cuales se observa que la tendencia al comportamiento lineal solo se alcanza en los tamaños relativamente grandes de las partículas, es decir, para valores de $(d_p/36,8) \geq 0,543$ en el caso de la pulpa M-13, y $(d_p/36,8) \geq 10,71$ para la suspensión M-36.

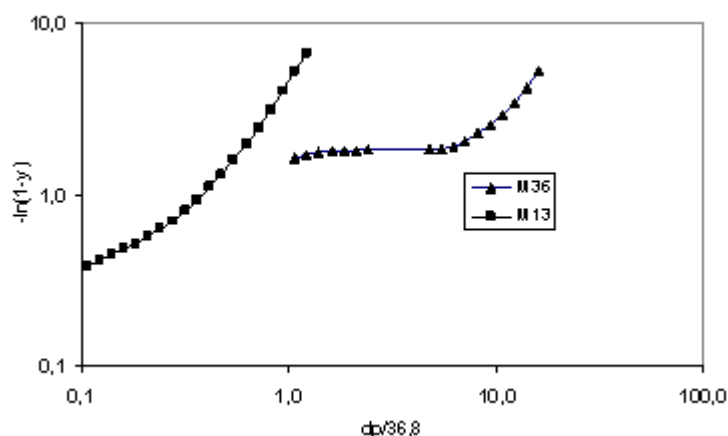


Fig. 3 Distribuciones de tamaño acumulativas de las suspensiones M-13 y M-36 ajustadas al modelo R.R.S, según la ecuación (2).

Sin embargo, en la región de las partículas finas, el comportamiento de las distribuciones de tamaño no es lineal, lo cual indica que este modelo no describe correctamente la distribución de tamaño de partículas en dicha región.

Este comportamiento fue observado tam-

bién, por los autores del modelo, al aplicarlo a determinados materiales.

En la tabla 2 se muestran los valores de las pendientes n , para ambas suspensiones, en sus correspondientes regiones que siguen el modelo R.R.S.

Tabla 2
Valores de la pendiente n resultante del ajuste de las distribuciones de tamaño de las suspensiones al modelo R.R.S.

Suspensión	n	R
M-13	1,869	0,999 9
M-36	1,525	0,999 2

Ajuste de los datos de distribución de tamaño al modelo de Gaudin – Schumann

La expresión correspondiente a este modelo es /5, 7, 17/:

$$y = \left(d_p/K\right)^m \quad (3)$$

donde (d_p/K) es el tamaño relativo de las partículas, siendo K el módulo de tamaño y m el parámetro de la pendiente. Este modelo se cumple mejor para la región de las partículas finas. En la literatura se considera que para dicha región $m=1$. Ello se comprueba al ajustar los datos de las distribuciones acumulativas de las dos suspensiones, cuyos valores resultantes de K y m se muestran en la tabla 3.

Tabla 3
Valores de los parámetros **K** y **m**, resultantes del ajuste del modelo de **Gaudin - Schumann** para las suspensiones M-13 y M-16

Muestra	m=1		m=0,65		m=0,5	
	K	R	K	R	K	R
M-13	20,805	0,9645	27,559	0,994 4	38,981	0,984 4
M-36	173,252	-	152,330	0,812 3	149,174	0,907 4

Como se observa en la tabla, para la suspensión M-13 se han obtenido buenos valores de los coeficientes de regresión en los ajustes con diferentes magnitudes de **m**, incluso para el valor de **m=1**.

Estos resultados se corresponden con el hecho de que esta suspensión está constituida, fundamentalmente, por partículas finas. En cambio, la pulpa M-36, con contenidos de partículas de tamaños relativamente mas grandes, presenta valores muy bajos de los coeficientes de regresión.

Ajuste de los datos experimentales al modelo con variables normalizadas propuesto en el presente trabajo

En la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad de Oriente se ha obtenido un modelo empírico [8,17], que describe la distribución de tamaños de partículas utilizando variables normalizadas, en las que se definen como diámetro de referencia, la mediana (d_{50}), y su correspondiente valor de la fracción acumulativa ($Y=0,5$) como fracción de referencia.

La expresión empírica para este modelo es:

$$Y_N = \frac{D_N}{((1 - B_N) * D_N + B_N)} \quad (4)$$

donde $D_N = (d_p/d_{50})$ es el diámetro normalizado de la partícula; $Y_N = (Y/Y_{50})$ es la fracción acumulativa normalizada, siendo $Y_{50} = 0,5$ (ó 50 %).

En la Figura 4 se presentan las curvas de las distribuciones acumulativas de algunas de las suspensiones analizadas, ajustadas al modelo de variables normalizadas. En esta figura se aprecia que la separación entre las curvas, observada en la figura 1, ha disminuido en gran medida. Para $Y_N \geq 1$, los datos de distribución de tamaño de todas las muestras pueden ser representados, prácticamente, por una única curva. Para las fracciones mayores, las curvas se distribuyen muy cercanamente unas a otras, pero, siguiendo un cierto orden en su desplazamiento. Así, la pulpa cuya distribución de tamaño muestra el mayor grado de dispersión en las magnitudes de sus diámetros está representada por una curva situada en la parte inferior del conjunto, mientras que la curva que representa la pulpa con menor grado de polidispersión se ubica hacia la parte superior en el gráfico.

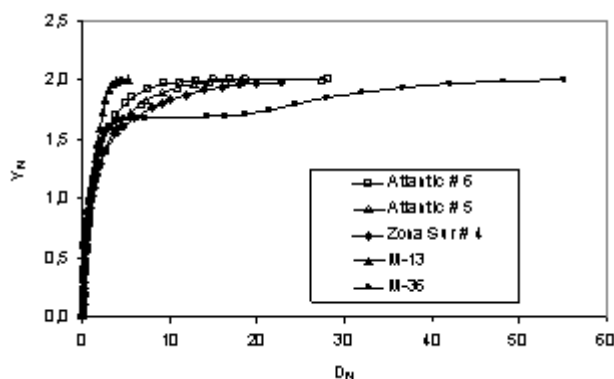


Fig. 4 Distribuciones de tamaño acumulativas de cinco de las suspensiones ajustadas al modelo de las variables normalizadas.

Muchos autores /9/ utilizan la relación (d_{10}/d_{50}) como parámetro indicador del grado de dispersión de los tamaños de las partículas. Dado que en las industrias, para determinar la distribución granulométrica acumulativa, normalmente utilizan juegos de tamices, que en muchas ocasiones no permiten alcanzar valores de diámetros inferiores a d_{50} , en este trabajo se ha preferido utilizar la relación (d_{50}/d_{90}) para representar la dispersión de los tamaños. Así, cuando el valor de la relación (d_{50}/d_{90}) es igual a la unidad indica que la distribución es monodispersa, con un diámetro de partícula igual a d_{90} ; por el

contrario, cuando los valores de esta relación tienden hacia magnitudes pequeñas, menores que la unidad, puede interpretarse que en la distribución de tamaños están presentes partículas de distintos diámetros cuyos valores son inferiores a d_{90} , pudiendo llegar a ser el sistema altamente polidisperso.

En la tabla 4 se muestran los valores del coeficiente B_N , determinados mediante el ajuste de los datos experimentales a la expresión (4), para todas las muestras y suspensiones estudiadas, en dependencia del grado de dispersión de los tamaños y el yacimiento de procedencia.

Tabla 4
Valores de los parámetros B_N en función de la relación

Suspensiones		B_N	R	(d_{50}/d_{90})
Pulpas de Atlantic	Muestra 1	0,526 5	0,995 4	0,190
	Muestra 3	0,515 3	0,996 4	0,128
	Muestra 5	0,524 4	0,997 3	0,148
	Muestra 6	0,537 8	0,995 0	0,204
	Muestra 4	0,595 3	0,975 4	0,439
Pulpas de Zona Sur	Muestra 2	0,487 0	0,983 8	0,093
	Muestra 6	0,502 3	0,994 2	0,103
	Muestra 4	0,505 6	0,995 3	0,108
Pulpas 2007	M-36	0,481 6	0,995 1	0,040 4
	M-13	0,655 7	0,991 2	0,390 0

Los datos mostrados en la tabla indican que las distribuciones de tamaño de las partículas se ajustan muy bien a la ecuación (4), con altos valores de los coeficientes de regresión en todo el rango de magnitudes de sus respectivos diámetros de partículas.

En la figura 5 se aprecia mucho mejor la dependencia de B_N con la relación (d_{50}/d_{90}) y además, que este coeficiente muestra un incremento de sus valores con el aumento de la relación (d_{50}/d_{90}) . Al parecer, con los datos disponibles, B_N resulta relativamente poco sensible al yacimiento de origen del mineral de la suspensión.

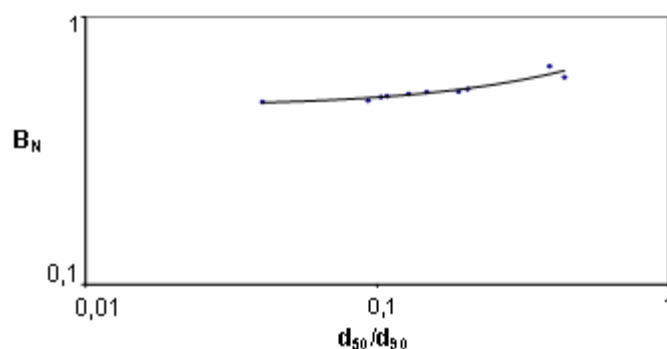


Fig.5 Valores del coeficiente B_N en función de la relación (d_{50}/d_{90}) .

Conclusiones

Al procesar los datos experimentales, de las distribuciones acumulativas de tamaño de partículas de las suspensiones de laterita, pudo comprobarse que ninguno de los dos modelos tomados de la literatura describe las distribuciones de tamaño completa en todo el rango de diámetros de partículas de cada suspensión. Así, con el modelo de Rosin-Rammler-Sperling, el mejor ajuste se logra para aquellos diámetros de partículas relativamente grandes en los que se observa un comportamiento lineal, según lo previsto por la expresión (2). Para los diámetros finos no se logra el adecuado ajuste de la ecuación. En cambio, el modelo de Gaudin-Schumann describe bastante bien las distribuciones de tamaño de las partículas finas, no así la de las gruesas, por lo que la expresión (3) proporcionó mejores resultados en su aplicación con la suspensión M-13.

Se confirma que el modelo empírico de las variables normalizadas, dado por la expresión (4),

$$Y_N = \frac{D_N}{(1 - B_N) * D_N + B_N}$$

satisface las expectativas en relación con la adecuada descripción de las distribuciones de tamaño de partículas en las suspensiones industriales de laterita. El coeficiente B_N del modelo muestra un incremento de sus valores con el aumento de la relación (d_{50}/d_{90}) , y con los datos disponibles, al parecer, resulta relativamente poco sensible al yacimiento de origen del mineral. Este coeficiente B_N puede interpretarse como un parámetro representativo del grado de dispersión de los

tamaños de partículas contenidos en una muestra. En este sentido, el incremento de sus valores indica una disminución en la polidispersión de la suspensión.

Bibliografía

- 1- Avotins A. P. *et al.*, *The rheology and handling of laterite slurries*, International Lateritic Symposium, Nueva York, 1979, (Dpto. ICT, CIPIMM, N° 19, 610, La Habana, 1979).
- 2- Avramidis K. S. y R. M. Turian: *Yield Stress of Laterite Suspensions*, *J. Colloid Interface Sci.*, 143, 54, 1991.
- 3- Cerpa A. *et al.*, "Relationship between the Colloidal and Rheological Properties of Mineral Suspensions", *Canadian J. Chem. Eng.*, Vol. 79, 608-611, 2001.
- 4- Cerpa A. *et al.*, *Mineral- content and Particle Size Effects on the Colloidal Properties of Concentrate Lateritic Suspensions*, *Clays and Clay Minerals*, 47, 515, 1999.
- 5- Falcón J.F., "El Beneficio de Minerales y la Separación de Fases en las Tecnologías Limpias de la Industria Minero Metalúrgica", VII Clean Technology in the Mining Industry (CTMI), Buzios, Rio de Janeiro, Brasil, Oct. 2006.
- 6- Garcell L.R., *Sedimentación de suspensiones minerales: influencia de las propiedades superficiales y reológicas sobre el proceso*, Curso de Postgrado, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2004.
- 7- Gaudin A. M. y T.P. Meloy: *Model and Comminution Distribution Equation for Single Fracture*, *AIME Transactions*, V. 223, 40-50, 1992.
- 8- Gómez M. y A. Peña, *Modelo generalizado mediante variables normalizadas para estimar la distribución de tamaño en suspensiones minerales de Maa*, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2006.

-
- 9- Leong Y. K., P. J. Scales, T. W. Healy y D. V. Boger: *Effect of Particle Size on Colloidal Zirconia Rheology at Isoelectric Point*, J. Am. Ceram. Soc., 78, 8, 2209, 1995.
 - 10- Nebot M., *Pruebas de sedimentación con pulpas sometidas a un campo magnético*, Informe Técnico, Empresa Pedro Sotto Alba, Moa, 1969.
 - 11- Pérez G.L. y L.R. Garcell: *Efecto de la temperatura y de la distribución de tamaño de las partículas sobre la correlación entre las propiedades reológicas y coloidquímicas de las suspensiones lateríticas*, Tesis presentada en opción al título de Master en Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2004.
 - 12- Penedo M. et al: *Aerodinámica de camas empacadas de turba*, Revista Tecnología Química, Vol II, N03, 78-90, 1981.
 - 13- Pérez Pérez. G. L y L. R. Garcell, *Efectos de las características granulométricas y magnéticas de las partículas y del pH sobre la reología de suspensiones minerales acuosas concentradas*, Revista Tecnología Químico, Vol. XXV, N° 1, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2005.
 - 14- Ponce N. et al., *Posible influencia de la composición mineralógica en la sedimentación de la pulpa cruda de Moa*, Revista Minería y Geología, N° 1, pág. 94, ISMM, Moa, 1986.
 - 15- Rodríguez F. A., *Efecto del medio dispersante sobre las propiedades reológicas, estabilidad y sedimentación de suspensiones de lateritas*, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2002.
 - 16- Vian A. y J. Ocón, *Elementos de Ingeniería Química*, Editorial Aguilar, (5° Edición), Madrid, 1976.
 - 17- Santiesteban E., *Efecto de distintos factores sobre la velocidad de sedimentación de pulpas lateríticas industriales*, Facultad de Ingeniería Química, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, 2008.