

## Validación de nuevo modelo de gradiente de presión en el hidrotransporte laminar de pulpa laterítica

Validation of a new pressure gradient model in laminar hydrotransport of lateritic slurry

Michel Rodríguez-Ismar <sup>1\*</sup> <https://orcid.org/0000-0001-9763-4605>

Luis Enrique Sablón-Fernández <sup>2</sup> <https://orcid.org/0000-0003-2526-9009>

Hugo Javier Angulo-Palma <sup>3</sup> <https://orcid.org/0000-0002-5012-0348>

Carlos Hernández-Pedraza <sup>4</sup> <https://orcid.org/0000-0003-2572-0891>

<sup>1</sup>Universidad de Moa, Facultad de Metalurgia y Electromecánica, Holguín, Cuba

<sup>2</sup>Empresa Comandante Pedro Soto Alba, Moa, Holguín, Cuba

<sup>3</sup>Centro de Investigaciones del Níquel, Moa, Holguín, Cuba

<sup>4</sup>Universidad de Oriente, Facultad de Ingeniería Química y Agronomía, Cuba

\*Autor para correspondencia: correo electrónico: [mrismar@ismm.edu.cu](mailto:mrismar@ismm.edu.cu)

### RESUMEN

En el presente trabajo se realiza un estudio para validar un nuevo modelo de gradiente de presión utilizando una instalación de hidrotransportesemi-industrial, con el empleo de pulpa laterítica cruda a temperatura de 27 °C y concentración de sólidos en peso de 41,93 %. Se efectuaron experimentos de caída de presión en un tramo recto de tubería horizontal con el fin de validar el modelo. Como principales resultados se obtiene un nuevo modelo de gradiente de presión teórico para tuberías cilíndricas y horizontales, en régimen de flujo laminar, con un comportamiento reológico Herschel-Bulkley del fluido; el porcentaje de error no supera el 0,98 %, siendo más preciso tomando como referencia los resultados reportados en la literatura técnica.

**Palabras clave:** gradiente de presión; pulpa laterítica; modelo Herschel-Bulkley; régimen laminar.

## **ABSTRACT**

In the present work a study is carried out to validate a new pressure gradient model using a semi-industrial hydrotransport facility, with the use of crude lateritic slurry at a temperature of 27 °C and a concentration of solids by weight of 41, 93%. Pressure drop experiments were carried out in a straight section of horizontal pipe in order to validate the model. As main results, a new theoretical pressure gradient model is obtained for cylindrical and horizontal pipes, in laminar flow regime, with a Herschel-Bulkley rheological behavior of the fluid; the error percentage does not exceed 0,98 %, being more precise taking as reference the results reported in technical literature.

**Keywords:** pressure gradient; lateritic slurry; Herschel-Bulkley model; laminar flow.

Recibido: 20/04/2020

Aceptado: 15/08/2020

## **Introducción**

La inexactitud en los métodos de cálculo de los sistemas de trasiego de pulpas al considerar como fluidos newtonianos aquellos que no cumplen con la ley de la viscosidad de Newton, provocan deficiencias en el diseño y funcionamiento de los equipos utilizados para bombear, debido a la variabilidad de sus respectivos comportamientos reológicos; que no permiten una generalización.<sup>(1,2,3,4)</sup>

En el caso práctico del cálculo y selección de los sistemas de transporte para la industria cubana productora de níquel y cobalto que utiliza como tecnología la lixiviación ácida a alta presión, la pulpa laterítica ha sido considerada generalmente como un fluido newtoniano, lo que influye perjudicialmente en los indicadores económicos y en la eficiencia del proceso tecnológico.<sup>(5, 6)</sup>

Varios investigadores han demostrado que este tipo de suspensión presenta un comportamiento reológico que se ajustan al modelo Herschel-Bulkley.<sup>(7,8,9,10,11)</sup>

Rosa <sup>(12)</sup> determinó el modelo reológico para este tipo de pulpas con una concentración de sólidos en peso de 41,93 % a temperatura ambiente (ecuación 1), con un coeficiente de determinación superior a 0,99.

$$\tau_w = \tau_0 + k(\dot{\gamma})^n = 9,96 + 3,7(\dot{\gamma})^{0,68} \dots (1)$$

donde:

$\tau_w$  - Esfuerzo cortante en la pared de la tubería, (Pa).

$\tau_0$  - Esfuerzo cortante inicial, (Pa).

$k$  - Índice de consistencia, adimensional.

$n$  - Índice de flujo, adimensional.

$\dot{\gamma}$  - Gradiente de velocidad, (s<sup>-1</sup>).

Es conocido que la determinación del flujo volumétrico en la transportación de fluidos no newtonianos por sistemas de tuberías cilíndricas, requiere de la consideración de los diferentes parámetros reológicos. Específicamente para los fluidos que se ajustan al modelo Herschel-Bulkley, Steffe <sup>(13)</sup> y Skelland<sup>(14)</sup> propusieron expresiones matemáticas en la década del 90.

A partir de la ecuación utilizada por Steffe,<sup>(13)</sup> Rodríguez y col. <sup>(5, 11)</sup> validaron una metodología de cálculo para determinar el gradiente de presión en el hidrotransporte de pulpa laterítica, en régimen de flujo laminar a escala industrial. El estudio presentó como deficiencia la determinación del factor de fricción considerando el fluido con un comportamiento según Ostwald de Waele, lo que trajo como consecuencia que la estimación del porcentaje del error máximo absoluto puntual fuera de 8,8.

Teniendo en cuenta las deficiencias detectadas en el estudio realizado por Rodríguez, se propone dedicar este trabajo a la validación de un nuevo modelo para determinar el gradiente de presión en el hidrotransporte de pulpa laterítica, en régimen de flujo laminar a escala semi-industrial; considerando la determinación de la velocidad promedio en función de la ecuación del flujo volumétrico propuesta por Skelland<sup>(14)</sup>(ecuación 2), además de determinar el factor de fricción considerando que el fluido se ajusta al modelo Herschel-Bulkley.

$$Q = \pi \cdot r^3 \cdot n \cdot \frac{\tau_w}{K} \cdot \frac{1}{n} \cdot (1-x)^{\frac{(n+1)}{n}} \cdot \frac{(1-x)^2}{3n+1} + \frac{2x(1-x)}{2n+1} + \frac{x^2}{n+1} \dots (2)$$

donde:

$Q$  -Flujo volumétrico, (m<sup>3</sup>/s).

$r$  -Radio interior de la tubería, (m).

$x$  - Parámetro resultante entre el cociente de  $\tau_0$  y el  $\tau_w$ .

## **Materiales y métodos**

La investigación se realizó en la instalación semi-industrial de hidrotransporte de la Universidad de Moa. Los resultados obtenidos se procesaron con la ayuda del software de cálculo Mathcad 15.0 y el Microsoft Excel.

### **Características de la instalación semi-industrial de hidrotransporte**

La instalación semi-industrial (figura 1) está compuesta por un tanque de almacenamiento con agitación mecánica al que se le acopla una bomba centrífuga 1G que es capaz de bombear el fluido a través de un sistema de tuberías y accesorios en circuito cerrado, además se cuenta con un variador de velocidad instalado al motor de la bomba. De los tres tramos de tuberías que conforman el sistema, se utilizó para determinar las pérdidas hidráulicas el que posee un diámetro nominal de 150 mm.

La instrumentación y control instalada en el sistema de bombeo, consta de ocho puntos de toma de presión; un flujómetro magnético para conocer la cantidad de material que circula por la tubería; seis puntos para medir la temperatura a partir de termo-resistencias PT-100 con convertidores incorporados en el cabezote; un medidor de nivel por radar, para mantener una determinada cantidad de material dentro del tanque; y un densímetro, para medir la densidad de la pulpa. Además dispone de transmisores de cero a cinco mA, los cuales captan la presión transformándola en energía eléctrica, y envían la señal para el controlador lógico programable (PLC) Simatic S7 300, el cual se encarga de procesar los datos y enviarlo por una red de comunicación Ethernet a una PC, donde se visualizan y registran por medio de un Software de Scada Citect.

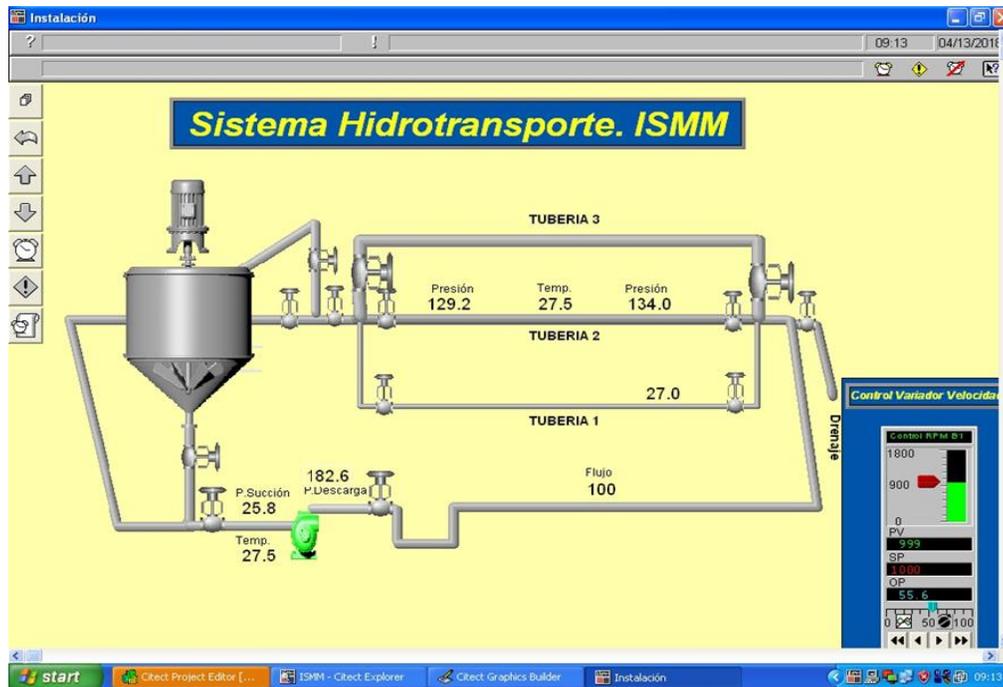


Fig. 1- Esquema de la instalación semi-industrial de hidrotransporte de la Universidad de Moa

## Material a transportar

Como material a transportar se utilizó pulpa laterítica cruda con una concentración de sólidos en peso de 41,93 %, a temperatura ambiente de 27 °C y una densidad de 1 426 kg/m<sup>3</sup>.

## Metodología para validar la utilización del nuevo modelo del gradiente de presión en el hidrotransporte de pulpa laterítica

1. Determinación de la expresión de la velocidad media, sustituyendo la ecuación 2 en 3.

$$\langle v_z \rangle = \frac{Q}{\pi \cdot r^2} \dots (3)$$

donde:

$\langle v_z \rangle$  - velocidad media, (m/s).

$Q$  - Flujo volumétrico, (m<sup>3</sup>/s).

$r$  - Radio interior de la tubería, (m).

2. Determinación del factor de fricción para fluidos Herschel-Bulkley en régimen laminar, utilizando las ecuaciones 4, 5 y 6 reportadas por Shashi <sup>(15)</sup> y Moraga <sup>(16)</sup>.

$$f_{\Psi} = \frac{64}{\Psi Re_m} \dots(4)$$

$$Re_m = 8 \left( \frac{n}{6n+2} \right)^n \cdot \rho_m \cdot D^n \cdot \left( \frac{\langle v_z \rangle^{2-n}}{k} \right) \dots(5)$$

$$\Psi = (1+3n)^n (1-x)^{1+n} \left( \frac{(1-x)^2}{1+3n} + \frac{2x(1-x)}{1+2n} + \frac{x^2}{1+n} \right)^n \dots(6)$$

donde:

$f_{\Psi}$  - Factor de fricción para fluidos Herschel-Bulkley en régimen laminar (adimensional).

$Re_m$  - Reynolds modificado, (adimensional).

$\Psi$  - Parámetro, (adimensional).

$D$  - Diámetro interior de la tubería, (m).

$\rho_m$  - Densidad de la hidromezcla laterítica, (kg/m<sup>3</sup>).

$n$  - Índice de flujo, adimensional.

$x$  - Parámetro resultante entre el cociente de  $\tau_0$  y el  $\tau_w$ .

3. Determinación teórica de los gradientes de presión, utilizando la ecuación propuesta por Darcy-Weisbach<sup>(17)</sup>, y experimental a partir de las expresiones 7 y 8.

$$\frac{\Delta P_{teó}}{L} = \frac{\rho_m \cdot f_{\Psi} \cdot \langle v_z \rangle^2}{2 \cdot D} \dots(7)$$

$$\frac{\Delta P_{exp}}{L} = \frac{P_0 - P_1}{L} \dots(8)$$

donde:

$\frac{\Delta P_{teó}}{L}$  y  $\frac{\Delta P_{exp}}{L}$ : Gradientes de presión teórico y experimental respectivamente, (Pa/m).

$L$  - Longitud de la tubería, (m).

4. Determinación del porcentaje de error entre los valores obtenidos a partir de las expresiones de los gradientes de presión teórico y experimental (ecuación 9).

$$\% Error = \left( \frac{\frac{\Delta P_{exp}}{L} - \frac{\Delta P_{teó}}{L}}{\frac{\Delta P_{teó}}{L}} \right) * 100 \dots (9)$$

5. Determinación del Reynolds crítico para delimitar la transición del régimen laminar al turbulento (ecuaciones 10 y 11), a partir de las expresiones reportadas por Shashi <sup>(15)</sup> y Moraga <sup>(16)</sup>

$$Re_{mc} = 6464n \frac{(2+n)^{(2+n)/(1+n)}}{(1+3n)^n} \Phi \dots (10)$$

donde:

El parámetro  $\Phi$  se determina por la ecuación 11

$$\Phi = \frac{\left[ \frac{(1-x)^2}{1+3n} + \frac{2x(1-x)}{1+2n} + \frac{x^2}{1+n} \right]^{2-n}}{(1-x)^n} \dots (11)$$

6. Definir la validez del modelo de gradiente de presión propuesto en el trabajo.

## Resultados y su discusión

### Determinación de las expresiones de velocidad media y gradiente de presión teórico

Utilizando la metodología propuesta en la investigación y el software de cálculo Mathcad 15.0 se determinó la expresión de la velocidad media (ecuación 12), donde se observa que la misma presenta los parámetros reológicos de un fluido Herschel-Bulkley.

$$\langle v_z \rangle = n \cdot r \cdot \left( \frac{\tau_{rz}}{K} \right)^{1/n} \cdot [(x-1) \cdot (1-x)^{1/n}] \cdot \left[ \frac{x-1}{3n+1} - \frac{x^2}{n+1} + \frac{2x(x-1)}{2n+1} \right] \dots (12)$$

Para comprobar el modelo de la velocidad media (ecuación 12), se sustituyeron los parámetros reológicos considerando que el fluido presentaba un comportamiento newtoniano, obteniendo la expresión del gradiente de velocidad reportada en la literatura para este tipo de fluidos  $\left[ \gamma = \frac{8\langle v \rangle}{D} \right]$ , (8,9,10,11,12)

La expresión del gradiente de presión teórico (ecuación 13) se obtuvo al sustituir el modelo de la velocidad media en la ecuación 7.

$$\frac{\Delta P_{teó}}{L} = \frac{\rho_m \cdot f_{\psi} \cdot \left\langle n \cdot r \cdot \left( \frac{\tau_{rz}}{K} \right)^{1/n} \cdot [x \cdot (1-x)^{1/n} - (1-x)^{1/n}] \cdot \left[ \frac{x-1}{3n+1} - \frac{x^2}{n+1} + \frac{2x(x-1)}{2n+1} \right] \right\rangle^2}{2 \cdot D} \dots (13)$$

### Validación del nuevo modelo para determinar el gradiente de presión teórico

En la tabla 1 se muestran los resultados de los parámetros principales que intervienen en el proceso de validación del nuevo modelo del gradiente de presión propuesto en esta investigación, en función de la variación del número de revoluciones del motor de la bomba centrífuga, reflejado en el incremento del flujo volumétrico de la pulpa bajo estudio.

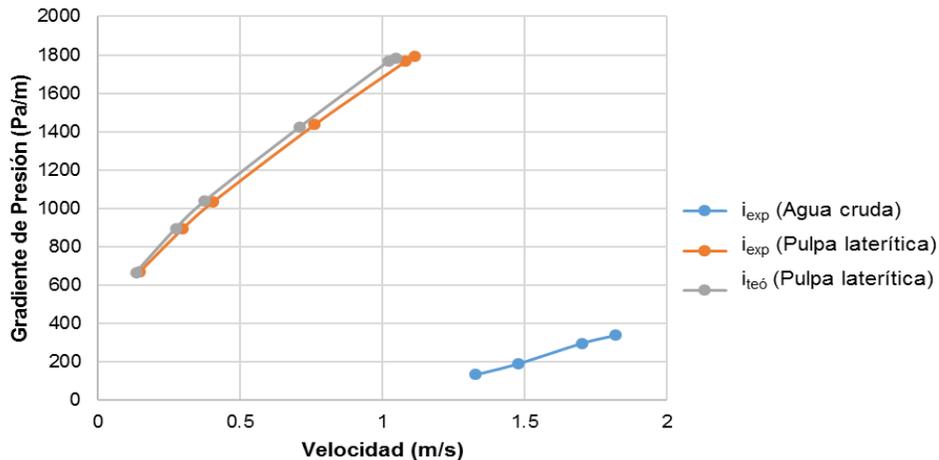
**Tabla1-** Resultados de los cálculos del gradiente de presión

Q (m <sup>3</sup> /s)	$\langle v_z \rangle$ (m/s)	P <sub>0</sub> (kPa)	P <sub>1</sub> (kPa)	$\Delta P_{exp}/L$ (Pa/m)	$\Delta P_{teó}/L$ (Pa/m)	f <sub>ψ</sub>	Re <sub>m</sub>	Error (%)	Re <sub>mc</sub>
0,0028	0,13	66,5	55,8	665,7	671,4	7,9	15,7	0,85	4 314,6
0,0055	0,27	74,4	60,1	895,4	894,8	2,6	39,4	0,06	3 621,2
0,0075	0,38	74,6	58,1	1 036,7	1 034,5	1,6	59,0	0,21	3 385,9
0,0142	0,71	148,8	125,8	1 422,2	1 436,2	0,6	135,8	0,98	3 015,9
0,0201	1,02	241,7	213,4	1 767	1 766,1	0,4	215,9	0,06	2 858,4
0,0207	1,05	243,7	215	1 783,4	1 791,8	0,3	224,2	0,47	2 848,9

A juzgar por el comportamiento presentado por el número de Reynolds modificado se puede llegar a la conclusión que durante todos los experimentos realizados la pulpa laterítica cruda con una concentración de sólidos en peso de 41,93 % mantuvo un régimen de flujo laminar alcanzando como máximo valor 224,2, muy distante del valor más bajo obtenido para el número de Reynolds modificado crítico (tabla 1). Este comportamiento permite confirmar los resultados de otros investigadores, los cuáles plantean que para el

caso de pulpas viscosas del tipo Herschel-Bulkley es muy difícil de alcanzar el número de Reynolds crítico en el cual el fluido deja de experimentar el régimen laminar para entrar a la zona de transición turbulenta. (6, 18)

Se observa que los valores de gradientes de presión experimental y teórico son considerablemente elevados tomando como referencia fluido poco viscosos como el agua cruda (tabla 1 y figura 2).



**Fig. 2-** Comportamiento del gradiente de presión experimental y teórico

En cuanto a la cercanía que mostraron (tabla 1), los resultados validan la utilización del nuevo modelo para determinar el gradiente de presión en tuberías cilíndricas y horizontales debido a la correspondencia satisfactoria mostrada con los resultados obtenidos al utilizar el gradiente de presión experimental con un porcentaje de error que no supera el 0,98 %. Al comparar los resultados reportados por Rodríguez (5, 6, 11), donde el error relativo promedio de las predicciones fue de 4,6 %, con los obtenidos en esta investigación; se puede concluir que la utilización del nuevo modelo presenta mayor precisión en la determinación del gradiente de presión teórico.

## Conclusiones

1. Los modelos de velocidad media y gradiente de presión teórico presentaron los parámetros reológicos característicos de los fluidos no newtonianos Herschel-Bulkley.
2. En todos los experimentos realizados la pulpa laterítica cruda con concentración de

sólidos en peso de 41,93 % mostró un régimen de flujo laminar y valores de gradientes de presión experimentales y teóricos considerablemente elevados tomando como referencia a fluidos poco viscosos como el agua cruda.

3. Se demostró que la utilización del modelo de gradiente de presión teórico para tuberías cilíndricas y horizontales propuesto en la investigación, con un porcentaje de error que no supera el 0,98 %, es más preciso tomando como referencia los resultados reportados en la literatura técnica.

## Referencias bibliográficas

1. PÉREZ GARCÍA, L., GARCELL PUYÁNS, L. R. y HERNÁNDEZ RAMÍREZ, G.I. "Modelo de viscosidad relativa que describe el comportamiento reológico de suspensiones lateríticas". *Tecnología Química*, 2020: **40**(2), pp. 356-375.
2. TURRO BREFFE, A., IZQUIERDO PUPO, R y GARCELL PUYÁNS, L. R. "Parámetros y regímenes del hidrot transporte de colas lateríticas en el proceso Caron". *Minería y Geología*, 2008: **24**(4), pp. 1-13.
3. MARTÍNEZ ROJAS, R., IZQUIERDO PUPO, R. y POMPA LARRAZABAL, M. "Pérdida de carga durante el transporte en régimen laminar de pulpas de cieno carbonatado". *Minería y Geología*, 2014: **30**(1), pp. 80-94.
4. MARTÍNEZ ROJAS, R. y HERNÁNDEZ RAMÍREZ, G. "Caracterización reológica de pulpas de cieno carbonatado". *Minería y Geología*, 2015: **31**(4), pp. 70-83.
5. RODRÍGUEZ ISMAR, M., IZQUIERDO PUPO, R., MONTERO LAURENCIO, R y WILLIAMS REY, M. D. "Cálculo del gradiente de presión en el hidrot transporte de pulpa laterítica en régimen laminar a través de una tubería horizontal" *Minería y Geología*, 2016: **32**(4), pp. 49-62.
6. RODRÍGUEZ ISMAR, M. "Determinación del gradiente de presión en el hidrot transporte de pulpa laterítica" Tesis presentada en opción al título académico de Máster. Facultad de Metalurgia y Electromecánica. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba. 2017.

7. GARCELL PUYÁNS, L. R.; DÍAZ, A. y SURÍS, G. *Transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa*. Segunda ed. 2011: Félix Valera, pp. 1-345. ISBN: 978-959-07-1563-1.
8. PÉREZ GARCÍA, L., CARDERO LLÓPIZ, Y., LAMOTH BASTARDO, Y. y GARCELL PUYÁNS, L. R. “Estudio del comportamiento reológico de una suspensión industrial de laterita”. *Tecnología Química*, 2008: **28**(1), pp. 22-33.
9. HERNÁNDEZ RAMÍREZ, G. “Modelación de los parámetros reológicos de las pulpas lateríticas y su influencia en el sistema de bombeo”. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. Facultad de Metalurgia y Electromecánica. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba. 2016.
10. HERNÁNDEZ RAMÍREZ, G., LEGRÁ LOBAINA, A. A. “Modelos matemáticos para pronosticar parámetros reológicos de hidromezclas lateríticas”. *Minería y Geología*, 2017: **33**(4), pp. 380-395.
11. RODRÍGUEZ ISMAR, M., RODRÍGUEZ GONZÁLEZ, I., IZQUIERDO PUPO, R. ANGULO PALMA, H. J. “Factor de fricción de la pulpa laterítica considerada como fluido Herschel-Bulkley en régimen de flujo laminar”. *Minería y Geología*, 2019: **35**(1), pp. 113-125.
12. ROSA DE ARMAS, Y. “Coeficiente de corrección de carga para transporte de hidromezcla laterítica”. Tesis presentada en opción al título académico de Máster. Facultad de Metalurgia y Electromecánica. Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa. Holguín, Cuba. 2018.
13. F. STEFFE, J. *Rheological methods in food process engineering*. Second Edition. 1996: Freeman Press, pp. 94-157. ISBN: 0-9632036-1-4.
14. CHHABRE P., R. and RICHADSON F., J. *Non-Newtonian Flow in the Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications*, 1999: Butterworth-Heinemann, pp. 73-118. ISBN: 0-7506-3770-6.
15. SHASHI, M. *Pinping calculation manual*. 2004: New York McGraw-Hill, pp. 81-300. ISBN: 0-07-144090-9.

16. MORAGA, N.; PACHECO, P. and VÉLIZ, J. *Flujo turbulento de pulpas mineras en tuberías con transporte de sólidos en fluidos no newtonianos*. ESSS Conference & Ansys Users Meeting. Chile, 2013, pp. 1-41. Disponible desde el sitio: [http://www.esss.com.br/events/ansys2013/chile/pdf/C ASABLANCA\\_1715.pdf](http://www.esss.com.br/events/ansys2013/chile/pdf/C ASABLANCA_1715.pdf).

17. TURHAN ÇOBAN, M. "Error analysis of non-iterative friction factor formulas relative to colebrook-white equation for the calculation of pressure drop in pipes". *Journal of Naval Science and Engineering*, 2012: **8**(1), pp. 1-13.

18. TRINH, Khanh Tuoc. "On The Critical Reynolds Number For Transition From Laminar To Turbulent Flow". *arXiv preprint arXiv: 1007.0810*, 2010, pp. 1-39.

### **Conflicto de interés**

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses

### **Contribución de los autores**

MSc. Michel Rodríguez Ismar: realizó el informe previo y dirigió el estudio completo.

Ing. Luis Enrique Sablón-Fernández: realizó el estudio completo.

MSc. Hugo Javier Angulo-Palma: participó en el estudio y revisó el informe final.

Dr.C. Carlos Hernández-Pedreira: orientó metodológicamente y revisó el informe final.