

Modelación de la transferencia de calor convectiva en tubos verticales e inclinados bajo efectos viscoso-gravitacionales

Convective heat transfer modelling in vertical and inclined tubes under viscous-gravitational effects

Yanan Camaraza-Medina^{1*}, <https://orcid.org/0000-0003-2287-7519>

Leonardo Peña-Pupo² <https://orcid.org/0000-0003-3779-9576>

Ángel Luis Brito-Sauvanell² <https://orcid.org/0000-0002-5062-4634>

^{1*} Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Guanajuato, México

² Centro de Estudios de Energía y Refrigeración, Universidad de Oriente, Cuba

*Autor para correspondencia. Correo electrónico: yamaraza1980@yahoo.com

RESUMEN

En este trabajo se presentan nuevos modelos mejorados para el cálculo de la transferencia de calor en tubos inclinados y verticales, desarrollando un nuevo procedimiento de análisis para considerar la influencia del efecto viscoso-gravitacional (VG) sobre el flujo laminar no isotérmico, con el fin de obtener un mejor índice de ajuste a partir de los datos experimentales disponibles y aumentar el rango de validez. Se desarrollaron tres modelos, dos para tubos verticales con flujo ascendente y descendente y uno para tubos inclinados. Para la validación de los modelos se utilizaron datos disponibles de 14 fluidos diferentes, entre ellos agua y líquidos orgánicos. Se desarrollaron tres modelos, dos para tubos verticales con flujo ascendente y descendente y uno para tubos inclinados. Para la validación de los modelos se utilizaron datos disponibles de 14 fluidos diferentes, entre ellos agua y líquidos orgánicos. El primer modelo es válido cuando la convección forzada y natural tienen la misma dirección, obteniendo un ajuste de correlación con un error medio del 11,6 % para el 77,8 % de los datos. El segundo modelo es válido cuando la convección forzada y natural está en direcciones opuestas y proporciona una buena correlación con un error medio del 12,8 % para el 74,4 % de los datos.

El tercer modelo es válido para tubos inclinados con un ángulo de inclinación respecto de la línea horizontal entre $1^\circ \leq \theta \leq 88^\circ$ y proporciona un buen ajuste de correlación con un error medio del 15,9 % para 75,0 % de los datos experimentales disponibles.

Palabras clave: coeficiente de transferencia de calor; régimen viscoso-gravitacional; número de grasshof; desviación media.

ABSTRACT

In this work, new improved models for calculating heat transfer in inclined and vertical tubes are presented, developing a new analysis procedure to consider the influence of the viscous-gravitational effect on non-isothermal laminar flow, in order to obtain a better fit index from the available experimental data and to increase the validity range. Three models were developed, two for vertical tubes with ascending and descending flow and one for inclined tubes. Available data from 14 different fluids, including water and organic liquids, were used to validate the models. The first model is valid when forced and natural convection are in the same direction, obtaining a correlation fit with an average error of 11,6 % for 77,8 % of the data. The second model is valid when forced and natural convection are in opposite directions and provides a good correlation with an average error of 12,8 % for 74,4 % of the available experimental data. The third model is valid for inclined tubes with an inclination angle with respect to the horizontal line between $1^\circ \leq \theta \leq 88^\circ$ and provides a good correlation fit with an average error of 15,9 % for 75,0 % of the available experimental data.

Keywords: heat transfer coefficient; viscous-gravitational regime; grasshof number; mean deviation.

Recibido: 06/09/2024

Aceptado: 12/12/2024

Introducción

En aplicaciones industriales e ingeniería térmica, cuando se examina el flujo de fluido dentro de los tubos, se encuentran dos patrones de flujo laminar no isotérmico: viscoso y viscoso-gravitacional (VG). La transferencia de calor se rige por diferentes patrones. Cuando ocurre el flujo viscoso no isotérmico, las

fuerzas de viscosidad predominan sobre las de flotación, es decir, el flujo viscoso no se ve afectado por la convección libre. Cuando se produce el flujo VG, las fuerzas de flotación son bastante grandes y la convección forzada va acompañada de la convección natural.^(1, 2)

Para definir el patrón predominante de flujo laminar, en la literatura especializada se proporciona un procedimiento simplificado. Si se cumple que $Ra \geq 8 \times 10^5$, entonces el flujo laminar no isotérmico comienza a ser fuertemente influenciado por el efecto VG, mientras que si $Ra < 8 \times 10^5$, entonces el patrón viscoso de flujo tiene la mayor influencia.⁽³⁾

Por lo tanto, cuando $Ra \geq 8 \times 10^5$, las fuerzas de flotación ejercen un influjo mayoritario sobre el intercambio térmico. El efecto de flotabilidad produce la circulación libre del fluido debido a la diferencia de densidades; lo cual se suma a la convección forzada, teniendo una influencia importante en el coeficiente medio de transferencia de calor. Sin embargo, para el régimen VG los métodos de análisis para flujos viscosos no pueden usarse, debido a que sus modelos de predicción no consideran la convección libre.

Con flujo viscoso, la distribución de velocidad sobre la sección transversal de un tubo no es parabólica, porque la viscosidad cambia debido a la variación de temperatura a lo largo de la sección transversal. La distribución de velocidades (véase la figura 1) también depende de si el fluido se calienta o se enfría.⁽³⁾

Para dos tubos con idénticas secciones transversales del tubo e iguales temperaturas medias del fluido, se cumple que cerca de la pared la temperatura del fluido es mayor durante el calentamiento y menor en el enfriamiento. Cuanto mayor es la temperatura de un líquido, menor es su viscosidad, por lo tanto, la velocidad de un líquido calentado es mayor cerca de la pared de un tubo que la de uno enfriado y, por lo tanto, la velocidad de transferencia de calor aumenta.^(4, 5)

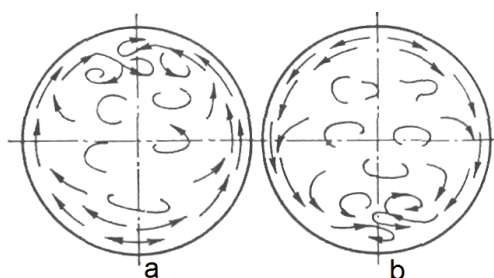


Fig. 1- Circulación transversal en la sección transversal del tubo

a) calentamiento **b)** enfriamiento

Además del efecto de la variación de la viscosidad, la distribución de velocidades en un flujo viscoso-gravitacional está muy influenciada por la intensidad y dirección de la convección libre, que surge de la diferencia entre las densidades de las partículas más calientes y más frías del fluido.⁽⁶⁾

Por tanto, en el flujo laminar no isotérmico, la influencia de las fuerzas de flotabilidad hace que la estimación del coeficiente de transferencia de calor sea muy compleja (reduciendo así el índice de ajuste en los resultados obtenidos). Para ello, se encontraron en la literatura técnica disponible algunos métodos para el cálculo de la transferencia de calor en patrones de flujo laminar no isotérmico; sin embargo, estos métodos no consideran la influencia de las fuerzas de flotación sobre el coeficiente de transferencia de calor.⁽⁷⁾ En las últimas décadas, varios trabajos intentaron solucionar este inconveniente, sin embargo, los métodos propuestos sólo abarcan zonas reducidas, generando esto errores absolutos de hasta el 60 %.^(8, 9)

Por lo tanto, en este trabajo se propone un nuevo procedimiento de análisis para considerar la influencia del patrón VG sobre el flujo laminar no isotérmico, con el objetivo de obtener un mejor índice de ajuste a partir de los datos experimentales disponibles y aumentar el rango de validez de las correlaciones.

Materiales y métodos

Patrones básicos del flujo VG

La dirección relativa de la convección forzada y libre, permiten cuatro casos.⁽³⁾

Caso 1: La convección libre y la forzada tienen la misma dirección.

Caso 2: La convección libre y la forzada son mutuamente perpendiculares.

Caso 3: La convección libre y la forzada tienen direcciones opuestas.

Caso 4: Tubos inclinados.

El Caso 1 ocurre en tubos verticales, cuando un fluido que se calienta fluye hacia arriba o un fluido que se enfría fluye hacia abajo (figura 2). El Caso 3 ocurre también en tubos verticales, cuando un fluido que se calienta fluye hacia abajo o un fluido que se enfría fluye hacia arriba, (figura 3). En igualdad de condiciones, el flujo de calor transferido es mayor en el Caso 3.^(12, 13)

El Caso 2 se observa en tubos horizontales, pero dado que en la literatura especializada son proporcionadas un grupo importante de contribuciones y

correlaciones para su evaluación, este patrón de flujo queda excluido del alcance del presente trabajo.^(10, 11)

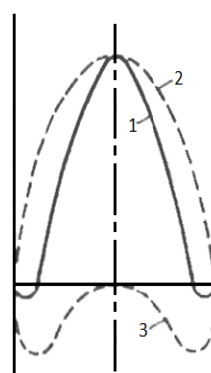
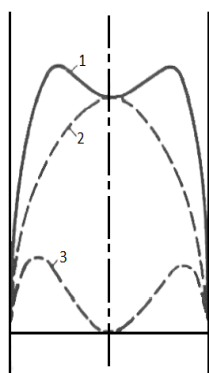


Fig. 2- Perfil de velocidades. Caso 1. **Fig. 3-** Perfil de velocidades. Caso 3.

En las figuras 1 y 2 las curvas mostradas son: 1) curva resultante, 2) convección forzada, 3) convección libre.

Actualmente, los métodos disponibles en la literatura no permiten estimar con precisión los valores de los coeficientes medios de transferencia de calor en tubos inclinados bajo efectos VG. Un criterio muy popular es el desarrollado por Cebeci, sin embargo, tiene la importante limitación de que sólo es válido para tubos inclinados 30° con respecto a la línea horizontal.^(14, 15, 16)

A mediados del siglo pasado, en la antigua URSS se desarrollaron múltiples investigaciones destinadas al estudio del régimen VG, generándose un importante conjunto de datos experimentales.⁽³⁾ Sin embargo, todas las soluciones propuestas se basaron en la analogía de Reynolds. Esta funcionalidad “restringida” provocó que los modelos muestren altos valores de dispersión durante su ajuste y validación. El análisis dimensional, permite demostrar que para el régimen VG los números adimensionales de Grashoff y Prandtl son los que ejercen la mayor influencia sobre el intercambio térmico.⁽¹⁷⁾

Para computar el intercambio térmico en los Casos 1 y 3, en la literatura son muy utilizados los modelos de Petukhov y Krasnochiekov, respectivamente.⁽³⁾

Para el Caso 1, el modelo desarrollado por Petukhov viene dado por:

$$Nu = 0,35Gz^{0.3}[Ra(d/l)]^{0,18} \quad (1)$$

donde:

Nu es el número adimensional de Nusselt. Gz es el número adimensional de Graetz.

Ra es el número adimensional de Rayleigh. d es el diámetro interno equivalente del tubo, en m.

l es la longitud del tubo, en m.

La Ec. (1) es justa para el siguiente rango de validez:

$$20 < l/d \leq 130 ; Re \leq 7,26Ra^{0,4} ; 8 \times 10^5 \leq Ra \leq 4 \times 10^8 ; 1,5 \cdot \sqrt[4]{Ra(d/l)} \leq Gz \leq 110$$

Para el Caso 3, el modelo desarrollado por Krasnochiekov viene dado por:

$$Nu = 0,037Re^{0,75}Pr^{0,4}(\mu_F/\mu_P)^{0,14} \quad (2)$$

donde:

Re es el número adimensional de Reynolds.

Pr es el número adimensional de Prandtl.

μ_T es la viscosidad dinámica del fluido a T_F , en $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$. μ_P es la viscosidad dinámica del fluido a T_P , $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$. T_F y T_P son las temperaturas medias del fluido y de la pared del tubo, respectivamente, en $^{\circ}C$.

La Ec. (2) es justa para el siguiente rango de validez ⁽⁴⁾:

$$0,2 < Pr \leq 100 ; 250 < Re \leq 10^4 ; 1,5 \times 10^6 < Ra \leq 12 \times 10^6$$

Las Ecs. (1) y (2) proporciona una desviación media de $\pm 50\%$ respecto a los datos experimentales disponibles.⁽³⁾

Correlaciones propuestas

En este trabajo, los datos experimentales usados en la validación y correlación de los modelos propuestos fueron obtenidos en una revisión de la literatura especializada sobre flujo VG de la antigua URRS, pues la mayor parte de las investigaciones sobre este tema fueron realizadas allí.^(3, 4)

Caso 1

Para el Caso 1 se define mediante el análisis adimensional que los números adimensionales Grashoff y Prandtl deben ser usados para establecer la

relación base en la generalización de datos experimentales. El modelo propuesto para la estimar el intercambio térmico viene dado por:

$$Nu_{v1} = \frac{0,07Re^{0,3}Pr^{0,75}Gr^{0,18}(l/d)^{0,01}}{(0,61 + 1,24Pr + 1,2Pr^{0,55})^{0,3}} + A \quad (3)$$

donde:

Gr es el número adimensional de Grashoff.

Nu_{v1} es el número de Nusselt para tubos verticales (Caso 1).

En la Ec. (3), si $Pr \leq 80$, entonces $A = 0$. Para $Pr > 80$ los valores de A son dados en la tabla 1. En la tabla 2 es resumido el rango de validez de la Ec. (3),

Tabla 1 - Valores de la constante A usada en la Ec. (3).

Intervalo	A
$7,49 \times 10^5 \leq Ra < 0,83 \times 10^8$	$0,31Ra^{0,2}$
$0,83 \times 10^8 \leq Ra < 1,01 \times 10^{10}$	$0,061Ra^{0,25}$
$1,01 \times 10^{10} \leq Ra \leq 2,79 \times 10^{11}$	$0,012Ra^{0,3}$

Tabla 2 - Resumen del rango de validez de la Ec. (3.)

Parámetro	Rango de validez
Fluidos	Decano, Dodecano, Diesel, Etanol, Etilenglicol, gasolina, Glicerina, Aceite MK, Metanol, Aceite de transformador, Aceite MC y Agua.
$Re ; Pr$	$1.2 \times 10^2 \leq Re \leq 9.98 \times 10^3 ; 0.71 \leq Pr \leq 3.54 \times 10^4$
$l/d ; Ra$	$10 \leq l/d \leq 290 ; 7.51 \times 10^5 \leq Ra \leq 2.8 \times 10^{11}$

Caso 3

Para el Caso 3, el modelo propuesto para la estimación del intercambio térmico se desarrolla para la traza resumida de números adimensionales a través de la función residual de Mishestky ⁽³⁾ obteniendo la siguiente correlación:

$$Nu_{v3} = B \cdot \left(\frac{1090 + 1270Pr}{2250 + 2200Pr} \right) \frac{d}{l} + D \cdot \left[\frac{(Re \cdot l/d)^{0,25} 6,5Gr \cdot Pr^2}{100 + 105Pr} \right]^{0,2} \quad (4)$$

donde:

Nu_{v3} es el número de Nusselt para tubos verticales (Caso 3).

En la Ec. (4), si $Pr \leq 20$ entonces $B = 1$. Para $Pr > 20$ los valores de B y D son resumidos en la tabla 3. En la tabla 4 es dado el rango de validez de la Ec. (4),

Tabla 3- Valores de las constantes B y D usadas en la Ec. (4).

Intervalo	D	B
$7,6 \times 10^5 \leq Ra < 0,79 \times 10^9$	$0,0032Re^{0,71}Pr^{0,2}$	$0,18Ra^{0,1}$
$0,79 \times 10^9 \leq Ra \leq 1,48 \times 10^{11}$		$0,037Ra^{0,15}$

Tabla 4- Resumen del rango de validez de la Ec. (4).

Parámetro	Rango
Fluidos	Benceno, Butanol, Diesel, Gasolina, Glicerina, Keroseno, Aceite MC, Aceite MK, Aceite de transformadores, Trementina y Agua.
$Re ; Pr$	$1,4 \times 10^2 \leq Re \leq 9,98 \times 10^3 ; 0,71 \leq Pr \leq 3,92 \times 10^4$
$l/d ; Ra$	$10 \leq l/d \leq 290 ; 7,59 \times 10^5 \leq Ra \leq 1,48 \times 10^{11}$

Caso 4

Para el Caso 4, el modelo propuesto para la estimación del intercambio térmico se desarrolla usando un residual de Koralov ⁽³⁾ y viene dado por:

$$Nu_i = E \cdot F \cdot \left(\frac{1,03Re^{0,25}}{\left[\left(\frac{d}{l} \right) Ra^{0,2} \right]^{0,5}} \right)^G + C \quad (5)$$

donde:

Nu_i es el número de Nusselt para tubos inclinados (Caso 4).

En la Ec. (5), si $Pr \leq 30$ entonces $C = 1$. Para $Pr > 30$ los valores de C son resumidos en la tabla 5, mientras que las constantes E, F, G son dadas en la tabla 6. En la tabla 7 es dado el rango de validez de la Ec. (4).

Tabla 5 - Valores de la constante C usada en la Ec. (5).

Inclinación del tubo	Constante C
$1^\circ \leq \theta < 12^\circ$	$0,3\sqrt[3]{Nu_{V3}} \mp 0,12\sqrt{Nu_{V1}}$
$12^\circ \leq \theta < 30^\circ$	$0,1\sqrt{Nu_{V1}} \mp \sqrt[4]{Nu_{V3}}$
$30^\circ \leq \theta < 60^\circ$	$0,08\sqrt[3]{(Nu_{V1} \mp Nu_{V3})^2}$
$60^\circ \leq \theta \leq 88^\circ$	$0,072\sqrt[4]{ Nu_{V1} \mp Nu_{V3} ^3}$

Tabla 6 - Constantes E, F, G usadas en la Ec. (5).

$$E = 0,012Ra^{0,32+0,116\sin\theta} \quad F = 0,013Re^{0,69}Pr^{0,034} \quad G = 0,1 + 0,02\sin\theta$$

Tabla 7 - Resumen del rango de validez de la Ec. (5).

Parámetro	Rango
Fluido	Anilina, Alcohol butílico, Ciclohexano, Dodecano, Glicerina Etanol, Keroseno, Aceite de oliva, Pentano, Propanol y Agua
θ ; l/d	$1^\circ \leq \theta \leq 88^\circ$; $10 \leq l/d \leq 290$
Re ; Pr	$0,8 \times 10^2 \leq Re \leq 9,87 \times 10^3$; $0,9 \leq Pr \leq 3,21 \times 10^4$
Ra	$7,9 \times 10^5 \leq Ra \leq 1,2 \times 10^{11}$

Resultados y discusión

Para el Caso 1 fueron comparados los datos experimentales disponibles con los valores correlacionados usando la Ec. (3), siendo resumidos los resultados obtenidos en la tabla 8. En la tabla 9 es resumida es proporcionada la comparación entre la Ec. (3) y los datos experimentales disponibles. En la figura 4 es graficada la correlación de la Ec. (3) con los datos experimentales disponibles (dentro de una banda de error del 15 %). Los valores de la tabla 9 verifican que la Ec. (3) proporciona un buen ajuste de correlación con un error promedio del 11,6 % para el 77,8 % de los datos experimentales disponibles, en el rango $7,51 \times 10^5 < Ra \leq 2,8 \times 10^{11}$ y $0,71 < Pr \leq 3,54 \times 10^4$, mientras que el error medio es del 8,1 % en el 90,6 % de los datos experimentales disponibles, para el rango $7,51 \times 10^5 < Ra \leq 0,9 \times 10^6$ y $0,71 < Pr \leq 10^2$.

Tabla 8 - Correlación entre la Ec. (3) y datos experimentales disponibles, Caso 1

Juego de datos	Número de datos	Fluido	$Re \times 10^2$	$Ra \times 10^7$	Pr	l/d	% deviación
Mijeev (1953)	23	Diesel	1,7	1,2	90	40	16,6
			18,2	27990	21000	290	-15,8
	27	Glicerina	1,4	150	1830	50	20,3
			19,9	2400	18400	100	-18,9
Boyko (1961)	43	Aceite de transformador	1,6	5,2	45,2	50	16,1
			77	4260	2960	120	-11,9
Krasnochiekov (1957)	24	Agua	11	0,21	1,2	20	5,4
			99,8	7,2	5,9	170	-4,9
Yashov (1960)	14	Dodecano	2,3	1,1	11	40	16,3
			14	150	28	180	-10,2
	9	Decano	2,1	1,4	7	30	10,7
			16	57	17	120	-7,5
Ananiev (1962)	110	Agua	1,2	0,078	2,1	20	11,1
			92,4	8,7	9,4	210	-12,4
Ananiev et al. (1964)	18	Agua	44,3	0,082	2,9	50	10,3
			98,1	7,6	8,2	190	-11,7
Kern (1958)	8	Agua	11	1,1	1,1	15	7,6
			27	6,2	5,2	125	-6,9
Subbotin (1956)	17	Etilenglicol	1,5	0,9	68	10	14,3
			7,6	1200	500	130	-11,6
Petukhov (1950)	41	Agua	16	0,075	0,71	10	16,7
			54	5,8	9,4	220	-10,3
	31	Aceite MK	3,3	1,2	130	40	15,2
			68	25000	9500	295	-14,5
Aladiev (1959)	36	Aceite MC	1,9	0,092	580	32	16,4
			72	23420	35400	280	-13,3
	13	Metanol	10,4	0,095	2,3	30	5,2
			24	6,1	7,5	140	-11,8
Osipova (1963)	16	Etanol	16	1,1	7,1	35	7,1
			31	3,2	60,2	150	-6,6
Arafieva (1966)	17	Gasolina	8,7	3,2	5,8	30	4,1
			89	16,8	15,0	160	-10,8
Resumen	444		1,2	0,075	0,71	10	20,3
			99,8	27990	35400	290	-18,9

Tabla 9 - Correlación entre la Ec. 3 y los datos experimentales disponibles

$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 2,8 \times 10^{11}$	$0,71 < Pr \leq 3,54 \times 10^4$	error < 11,6% ; 77,8 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^{10}$	$0,71 < Pr \leq 2,5 \times 10^4$	error < 11,2% ; 79,6 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^9$	$0,71 < Pr \leq 1,9 \times 10^4$	error < 10,8% ; 82,2 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^8$	$0,71 < Pr \leq 1,2 \times 10^4$	error < 10,5% ; 84,2 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 4,9 \times 10^7$	$0,71 < Pr \leq 3,2 \times 10^3$	error < 9,8% ; 86,4 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 1,1 \times 10^7$	$0,71 < Pr \leq 1,5 \times 10^3$	error < 9,3% ; 87,2 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 4,7 \times 10^6$	$0,71 < Pr \leq 3 \times 10^2$	error < 8,7% ; 89,2 % datos
$7,51 \times 10^5 < Ra \leq 0,9 \times 10^6$	$0,71 < Pr \leq 10^2$	error < 8,1% ; 90,6 % datos

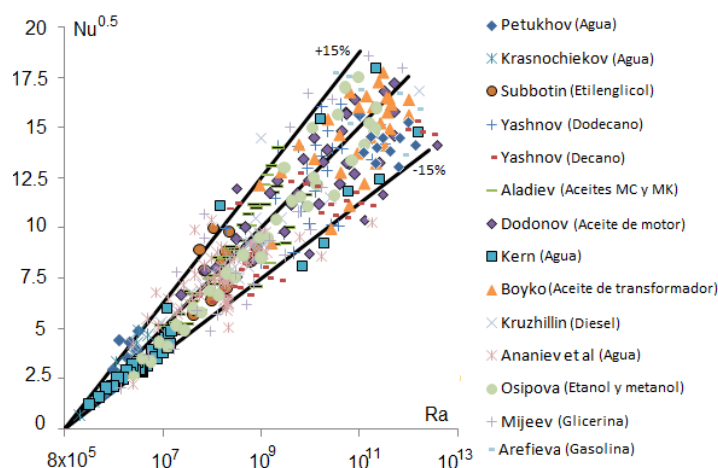


Fig. 4- Correlación de la Ec. (3) con los datos experimentales disponibles

Para el Caso 3 fueron comparados los datos experimentales disponibles con los valores correlacionados usando la Ec. (4), siendo resumidos los resultados obtenidos en la tabla 10. En la tabla 11 es resumida es proporcionada la comparación entre la Ec. (4) y los datos experimentales disponibles. En la figura 5 es graficada la correlación de la Ec. (4) con los datos experimentales disponibles (dentro de una banda de error del 15 %). Los valores de la tabla 11 verifican que la Ec. (4) proporciona un buen ajuste de correlación con un error promedio del 12,8 % para el 74,4 % de los datos experimentales disponibles, en el rango $7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1,48 \times 10^{11}$ y $0,71 < Pr \leq 3,92 \times 10^4$, mientras que el error medio es del 8,3 % en el 89,3 % de los datos experimentales disponibles, para el rango $7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^6$ y $0,71 < Pr \leq 1,2 \times 10^2$.

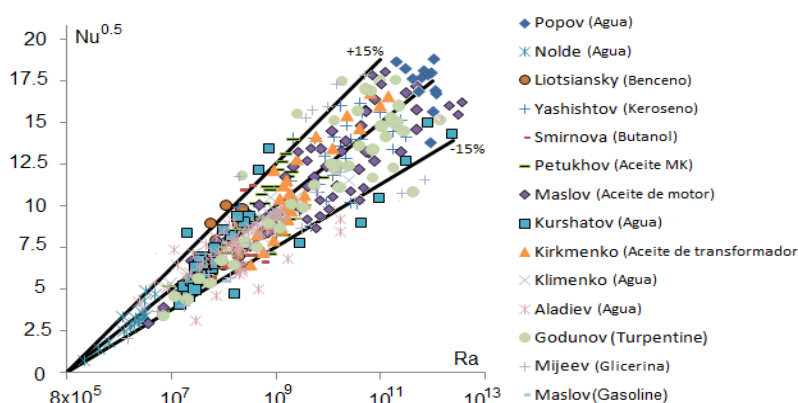


Fig. 5- Correlación de la Ec. (4) con los datos experimentales disponibles

Tabla 10- Correlación entre la Ec. (4) y datos experimentales disponibles, Caso 3.

Juego de datos	Numero de datos	Fluido	$Re \times 10^2$	$Ra \times 10^7$	Pr	l/d	% desviación
Liotsiansky (1955)	21	Benceno	11,2	0,9	3,1	10	7,2
			97,3	3,2	5	129	-4,6
Popov (1966)	43	Agua	3,6	0,084	1,1	20	10,7
			92,7	4,3	7,2	165	-7,9
Kurshatov (1955)	53	Agua	1,5	0,093	0,9	15	7,8
			78,7	3,8	5,3	190	-6,6
Smirnova (1963)	17	Butanol	2,4	10,6	22,5	50	9,2
			47,7	1484	3810	270	-14,5
Mijeev (1957)	31	Glicerina	2,2	125,2	2200	40	21,2
			82,0	3979	21950	180	-20,5
Godunov (1970)	11	Trementina	11,7	7,8	14,1	30	14,2
			23,6	96,4	25,2	140	-16,2
Aladiev (1970)	33	Agua	6,4	0,088	1,5	45	8,4
			99,7	6,2	8,3	190	-8,9
Nolde (1952)	38	Agua	11,2	0,075	0,71	12	7,1
			71,9	11,2	9,9	252	-8,1
Klimenko (1969)	29	Agua	17,8	1,1	1,0	30	6,5
			66,4	7,3	9,2	160	-8,8
Yashishtov (1962)	33	Keroseno	21,3	1,1	1,3	40	6,2
			59,7	15	2,9	180	-4,8
	19	Keroseno	1,8	1,4	1,4	20	3,8
			66,6	11,9	2,8	150	-5,2
Petukhov (1957)	25	Aceite MK	16,1	86,1	582	50	20,2
			77,9	13295	37400	280	-18,7
	19	Aceite MC	13,1	113,1	650	60	21,6
			69,8	8748	17420	290	-23,8
Kirkmenko (1959)	29	Aceite de transformador	10,1	7,2	45,8	25	19,4
			87,9	1480	1282	160	-18,3
Maslov (1961)	17	Diesel	6,3	192,1	190	50	22,4
			49,8	14800	39200	220	-24,3
	32	Gasolina	9,8	3,1	5,7	40	12,3
			96,6	99,4	15,1	190	-14,2
Resumen	450		1,4	0,076	0,71	10	22,4
			99,8	14800	39200	290	-24,3

Tabla 11 - Correlación entre la Ec. 4 y los datos experimentales disponibles.

$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1,48 \times 10^{11}$	$0,71 < Pr \leq 3,92 \times 10^4$	error < 12,8% ; 74,4 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^{10}$	$0,71 < Pr \leq 2,7 \times 10^4$	error < 12,3% ; 76,3 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^9$	$0,71 < Pr \leq 1,6 \times 10^4$	error < 11,6% ; 79,4 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^8$	$0,71 < Pr \leq 0,8 \times 10^4$	error < 11,1% ; 81,3 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 5 \times 10^7$	$0,71 < Pr \leq 3,4 \times 10^3$	error < 10,2% ; 83,7 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^7$	$0,71 < Pr \leq 1,3 \times 10^3$	error < 9,7% ; 85,2 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 5 \times 10^6$	$0,71 < Pr \leq 5 \times 10^2$	error < 9,1% ; 87,0 % datos
$7,59 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^6$	$0,71 < Pr \leq 1,2 \times 10^2$	error < 8,3% ; 89,3 % datos

Para el Caso 4 fueron comparados los datos experimentales disponibles con los valores correlacionados usando la Ec. (5), siendo resumidos los resultados obtenidos en la tabla 12. En la tabla 13 es resumida es proporcionada la comparación entre la Ec. (5) y los datos experimentales disponibles. En la figura 6 es graficada la correlación de la Ec. (5) con los datos experimentales disponibles (dentro de una banda de error del 15 %). Los valores de la tabla 13

verifican que la Ec. (5) proporciona un buen ajuste de correlación con un error promedio del 15,9 % para el 75,0 % de los datos experimentales disponibles, en el rango $7,85 \times 10^5 < Ra \leq 1,2 \times 10^{11}$ y $0,8 < Pr \leq 3,31 \times 10^4$, mientras que el error medio es del 10,7 % en el 87,3 % de los datos experimentales disponibles, para el rango $7,85 \times 10^5 < Ra \leq 4,2 \times 10^6$ y $0,8 < Pr \leq 0,8 \times 10^2$

Tabla 12- Correlación entre la Ec. (5) y datos experimentales disponibles, Caso 4.

Juego de datos	Número de datos	Fluido	$Re \times 10^2$	$Ra \times 10^7$	θ	Pr	l/d	% desviación
Ribatsky (1956)	26	Keroseno	10,1	0,5	74	1,4	30	10,3
			36,5	9,0	88	2,7	240	-9,9
Eliazarov (1963)	67	Agua	6,9	0,1	45	1,4	30	12,3
			98,6	6,8	65	9,3	150	-16,2
Alexeev (1967)	24	Pentano	9,7	1,8	2	4,4	40	19,5
			44,6	7,2	35	7,2	260	-18,6
Klimenko (1978)	52	Agua	11,4	0,26	3	1,8	40	7,1
			36,9	9,2	60	7,1	275	-6,5
Ananiev (1956)	57	Agua	0,8	0,082	30	0,9	15	14,5
			52,4	4,9	45	7,7	175	-13,4
Udalov (1961)	32	Agua	21,4	0,16	60	0,8	40	8,2
			77,6	8,5	75	9,7	290	-13,4
Ivanisevich (1970)	37	Aceite de oliva	6,8	91,2	60	650	60	17,4
			79,4	412,3	75	830	220	-15,9
Yanishesky (1958)	25	Dodecano	15,4	0,9	15	11,1	60	16,3
			47,7	19,8	35	27,5	190	-14,7
Krasnov (1962)	19	Propanol	17,0	9,3	20	22	40	15,3
			49,5	22,5	40	30	180	-16,4
Krasnochiekov (1961)	42	Agua	6,3	0,079	60	1,2	20	13,1
			96,5	3,8	75	8,6	160	-11,7
Malukshentov (1966)	47	Glicerina	8,8	29,4	35	1710	40	19,4
			33,6	7850	60	21002	190	-20,2
Klimenko (1973)	41	Agua	9,8	86,1	15	580	50	22,6
			61,9	12000	45	32100	190	-24,6
Kurtakervich (1972)	18	Ciclohexano	16	1,1	10	7,1	35	7,1
			31	3,2	50	60,2	150	-6,6
Volkoba et al (1967)	17	Anilina	23,9	0,24	1	1,6	50	6,2
			40,4	9,2	45	7,2	280	-4,6
Aladiev (1968)	29	Alcohol butílico	9,6	1,3	75	11,2	30	13,9
			31,2	32,8	85	19,5	170	-16,4
Resumen	573		8,1	1,5	40	11,9	40	19,4
			37,6	19,6	60	110	165	-22,3
			13,3	16,2	30	23	30	21,7
			66,6	88,7	60	30	220	-20,9
			0,8	0,079	1	0,8	10	22,6
			98,7	12000	88	32100	290	-24,6

Tabla 13 - Correlación entre la Ec. 5 y los datos experimentales disponibles.

$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 1,2 \times 10^{11}$	$0,8 < Pr \leq 3,21 \times 10^4$	error < 15,9% ; 75,0 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^{10}$	$0,8 < Pr \leq 1,7 \times 10^4$	error < 15,3% ; 77,0 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^9$	$0,8 < Pr \leq 1,1 \times 10^4$	error < 14,6% ; 79,2 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^8$	$0,8 < Pr \leq 6,9 \times 10^3$	error < 14,1% ; 80,7 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 5 \times 10^7$	$0,8 < Pr \leq 2,3 \times 10^3$	error < 13,3% ; 82,1 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 1 \times 10^7$	$0,8 < Pr \leq 0,9 \times 10^3$	error < 12,6% ; 83,4 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 8 \times 10^6$	$0,8 < Pr \leq 5,1 \times 10^2$	error < 11,8 ; 85,1 % datos
$7,85 \times 10^5 < Ra \leq 4,2 \times 10^6$	$0,8 < Pr \leq 0,8 \times 10^2$	error < 10,7% ; 87,3 % datos

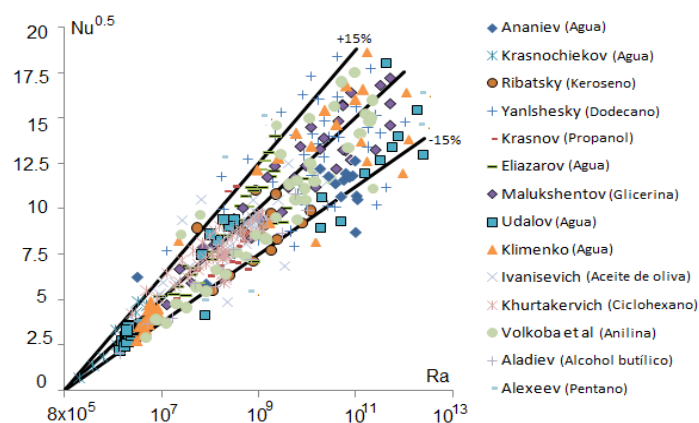


Fig. 6- Correlación de la Ec. (5) con los datos experimentales disponibles

Conclusiones

En el presente trabajo se han propuesto tres nuevos modelos para cálculos de transferencia de calor en el flujo viscoso-gravitacional. Estas nuevas ecuaciones permiten un ajuste mucho mejor con los datos experimentales disponibles. La Ec. (3) fue obtenida para el cálculo de la transferencia de calor en el Caso 1. En el proceso de validación, se utilizaron datos disponibles de 12 fluidos diferentes, incluidos agua y líquidos orgánicos. La Ec. (3) proporciona un buen ajuste de correlación con un error promedio del 11,6 % para el 77,8 % de los datos experimentales disponibles. La Ec. (4) fue elaborada para el cálculo de la transferencia de calor en el Caso 3. En el proceso de validación, se utilizaron datos disponibles de 11 fluidos diferentes. La Ec. (4) proporciona un buen ajuste de correlación con un error promedio del 12,8 % para el 74,4 % de los datos experimentales disponibles. La Ec. (5) fue desarrollada para cálculos de transferencia de calor en tubos inclinados. En el proceso de validación se utilizaron datos disponibles de 11 fluidos diferentes. La Ec. (5) proporciona un buen ajuste de correlación con un error promedio del 15,9 % para el 75,0 % de los datos experimentales disponibles.

Referencias bibliográficas

1. KANATANI, K. The characteristics of laminar film condensation of pure vapor flow in a vertical tube. *Chemical Engineering Science*. 2023, **276**, 118797. [Consultado 26 marzo 2024]. ISSN: 1873-4405.

2. CAVAZZUTI, M. Viscous heating effects on heat transfer characteristics of laminar compressible channel flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2020, **153**, 119608. [Consultado 20 marzo 2024]. ISSN 1879-2189.
3. CAMARAZA-MEDINA, Y., et al. New improvement model for heat transfer calculation in inclined and vertical tubes with viscous-gravitational effects. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **159**, 120108, [Consultado 24 marzo 2024]. ISSN 1879-2189.
4. CAMARAZA-MEDINA, Y., et al. Heat transfer calculation on viscous-gravitational fluid flow inside vertical and inclined tubes. *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*. 2020, **15(2)**, 219-225, [Consultado 22 marzo 2024]. ISSN 1755-7437.
5. MANDAPATI, M. J. Effect of axial conduction and viscous dissipation on heat transfer for laminar flow through a circular pipe. *Perspectives in Science*. 2016, **8**, 61-65. [Consultado 22 marzo 2024]. ISSN 2213-0209.
6. RASHEVSKI, M., SLAVTCHEV, S. Heat transfer in laminar viscous flow in a channel with one porous wall. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 2020, **82**, 11-20. [Consultado 22 marzo 2024]. ISSN: 0997-7546.
7. CHEN, K., et al. Heat transfer analysis of compressible laminar flow in a parallel-plates channel via integral transforms. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2022, **138**, 106368. [Consultado 21 marzo 2024]. ISSN: 1879-0178.
8. ELSAFI, A. M., et al. A similarity solution for laminar forced convection heat transfer from solid spheres. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2022, **196**, 123310. [Consultado 25 marzo 2024]. ISSN: 1879-0178.
9. LIAW, K. L., et al. Laminar convective heat transfer in helical twisted multilobe tubes. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2022, **39**, 102459. [Consultado 21 marzo 2024]. ISSN: 2214-157X.
10. SANCHEZ, D., et al. Numerical simulation of the heat transfer process of a coiled tube for viscous fluids. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2022, **36**, 102186. [Consultado 21 marzo 2024]. ISSN: 2214-157X.
11. SOARES, A. A., ROUBOA, A. (2021). Viscous dissipation in the heat transfer between a rotating cylinder and viscous media under forced convection. *Energy Reports*. 2021, **7**, 83-97. [Consultado 22 marzo 2024]. ISSN: 2352-4847.

12. DATTA, A.K., et al. Laminar forced convective heat transfer in helical pipe flow. *International Journal of Thermal Sciences*. 2017, **120**, 41-49. [Consultado 22 marzo 2024]. ISSN: 1290-0729.
13. MONDAL, S., et al. Theoretical analysis of the viscosity correction factor for heat transfer in pipe flow. *Chemical Engineering Science*. 2018, **187**, 27-32. [Consultado 26 marzo 2024]. ISSN: 1873-4405.
14. KHOUALDI, T., et al. Free convection heat transfer in an inclined channel asymmetrically heated in laminar regime. *International Journal of Heat and Technology*. 2018, **36**(3): 1140-1147. [Consultado 26 marzo 2024]. ISSN: 0392-8764
15. CLYMER, J.R. Mathematics of complex adaptive systems. *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*. 2017, **12**(3): 377-384. [Consultado 27 marzo 2024]. ISSN 1755-7437.
16. CTTANI, L., et al. Experimental study of the transitional flow regime in coiled tubes by the estimation of local convective heat transfer coefficient. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017, **112**, 825-836. [Consultado 23 marzo 2024]. ISSN 1879-2189.
17. CAMARAZA-MEDINA, Y., et al. Energy efficiency indicators of the steam boiler in a power plant of Cuba. *Thermal Science and Engineering Progress*. 2021, **23**, 100880. [Consultado 28 marzo 2024]. ISSN: 2451-9049

Conflictos de interés

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses.

Contribución de los autores

Yanan Camaraza Medina: concepción de la investigación, realización de la parte experimental, análisis estadístico, confección y revisión del manuscrito.
Leonardo Peña Pupo: análisis estadístico, confección y revisión del manuscrito.

Ángel Luis Brito Sauvanell: confección y revisión del manuscrito.