

MODELOS PARA EL CÁLCULO DE LA CONSTANTE DE VELOCIDAD DE CRISTALIZACIÓN DEL AZÚCAR COMERCIAL EN TACHOS. (PARTE I)

MSc. Rafael Fernández-Pérez, Dr. Carlos Hernández-Pedreira, pedreira@fiq.uo.edu.cu,

Lic. René Viera-Bertrán

Universidad de Oriente, Santiago de Cuba

En las últimas zafras, los cristales de azúcar comercial no siempre alcanzan su talla comercial que es el 65 % o más sobre malla Tyler 20, por lo que los embarques a puertos o son rechazados y deben ser reprocesados o se comercializan a un menor precio, todo esto con la consiguiente pérdida económica. Para dar solución a este problema se procedió a desarrollar modelos matemáticos, partiendo de los modelos fenomenológicos de balances de masa y energía, que permitieran, utilizando las variables del proceso, determinar los parámetros de los mismos y predecir el valor de la constante de cristalización como función de las variables de operación.

Palabras clave: *azúcar, cristales de azúcar, crecimiento de cristales, masas cocidas.*

In the last harvests, the glasses of commercial sugar don't always reach their commercial size that is 65% or more envelope mesh Tyler 20, for this the shipments to ports are rejected in order to be process again or they were marketed to a smaller price, all this with the rising economic loss. In order to give a solution to this problem we proceeded to develop mathematical models, leaving of the phenomenological models of balances of mass and energy that allowed, using the variables of the process, to determine the parameters of the same ones and to predict the value of the crystallization constant like a function of the operation variables.

Key words: *sugar, glasses of sugar, growth of glasses, cooked masses.*

Introducción

En las últimas zafras los cristales de azúcar comercial, azúcar A y B o de primera y de segunda, no siempre alcanzaban su talla comercial que es el 65 % o más sobre malla Tyler 20. Al no alcanzar el tamaño convenido con el puerto, el producto es rechazado y debe ser nuevamente procesado con la consiguiente pérdida de tiempo y energía, o de lo contrario se penalizaba el central al dársele un valor menor al azúcar producido.

Con este trabajo se pretende modelar el desarrollo del producto acabado en las áreas comprendidas entre los tachos y las centrifugas, para lo cual es necesario conocer cual será la constante de velocidad de cristalización que permita predecir el tamaño de grano que se obtendría para determinadas condiciones de operación, además aportar a la industria una herramienta capaz de predecir, con las condiciones industriales, el valor de la constante de velocidad de cristalización y el tamaño con que se obtendría el grano de azúcar comercial.

Fundamentación teórica

La operación conocida en el ingenio como cocción del azúcar es esencialmente el proceso de cristalización, que se efectúa en evaporadores al vacío de efecto sencillo, diseñados para la manipulación de materiales viscosos y llamados tachos al vacío. El tacho al vacío, por tanto, viene a ser un cristalizador evaporativo; esto es, un cristalizador en que el grado de sobresaturación se controla y mantiene por medio de la evaporación del disolvente, en tanto que el material disuelto cristaliza. El proceso de cocción del azúcar se puede considerar solamente en términos del trabajo total de los tachos y las centrifugas. En realidad, el término estación de tachos se utiliza con frecuencia para abarcar los tachos de vacío y las centrifugas.

El problema al que se le quiere dar solución trae aparejado, pérdidas de tiempo en fábrica con el consiguiente atraso de los planes, disminución de capacidades en la estación de tachos (debido a que parte de esta debe ser utilizada en el reprocesamiento), sobreconsumo de energía, au-

mento de las pérdidas en los materiales reprocessados, sobregiro de las cuentas por gastos adicionales; en fin, que por reprocesso o por comercialización a menor precio, el efecto neto se traduce en pérdidas económicas que son cuantiosas si el problema persiste o aparece frecuentemente como es el caso.

El tema referido es abordado desde el punto de vista cinético, buscando uno o varios modelos matemáticos que, conociendo ciertos datos del proceso sean capaces de predecir el parámetro en cuestión.

Metodología para el desarrollo del trabajo

En los cálculos se utilizarán los datos de brix y pol de la carga inicial del tacho o pie de masa, el brix y la pol del fluido alimentado para hacer crecer el grano, meladura para masa cocida A (MCA) y miel A para masa cocida B (MCB), y

brix, pol, ciclón (pureza del licor madre) y volumen final que alcanza la masa al terminar la cochura, reportados por el laboratorio.

El procedimiento empleado se explicará utilizando como medio auxiliar la figura 1, primeramente se calcularán para cada masa (a partir de los valores de entrada de las variables del proceso), el valor de la constante de velocidad de cristalización (K_s). Con este valor y la distribución de tamaños de entrada, que es la misma para todas las masas, se calculará la distribución de tamaños a la salida del tacho para cada masa. Con el conjunto de las distribuciones de tamaño de todas las masas procesadas en el día, se obtendrá un único valor de por ciento de tamaño en MAI formado por la suma de todas las fracciones con tamaño igual o mayor al deseado y ya por último, con ese valor y una función adecuada se obtendrá el valor predicho para el producto acabado en MAF.

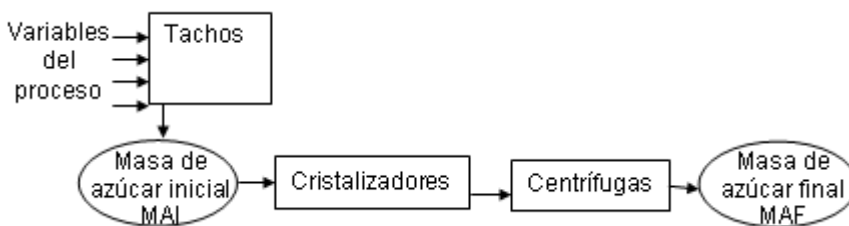


Fig. 1 Esquema reducido del proceso para explicar el enfoque.

Para realizar los cálculos con los que se obtendrán los valores de K_s y sus modelos se procede a realizar balances de masas y energía en el tacho, de los que se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{dm_s}{dt} = W_{so} - K_s S_T (C_s - C_{sat}) \quad (1)$$

donde:

K_s = constante de velocidad de transferencia de la sacarosa de la fase líquida al cristal, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$
 S_T = área total de deposición de la sacarosa, m^2
 C_s = concentración de sacarosa en solución, kg sacarosa/100 kg agua

C_{sat} = concentración de saturación de la sacarosa a las condiciones de la solución, kg sacarosa/100 kg agua

W_{so} = flujo de sacarosa en el fluido que entra, kg/s

$\frac{dm_s}{dt}$ = masa de sacarosa que se acumula, kg/s

$$\frac{dm_l}{dt} = qC_{lo} = W_{lo} \quad (2)$$

donde:

$\frac{dm_l}{dt}$ = masa de inertes que se acumula, kg/s

C_{I_o} = concentración de inertes en el fluido que entra, kg/m³

W_{I_o} = flujo de inertes en el fluido que entra, kg/s

q = flujo volumétrico del fluido, m³/s

$$\frac{dm_A}{dt} = W_{A_o} - W_A^m \quad (3)$$

$$\frac{dm_T}{dt} = \frac{1}{C_p(T - T_B)} \left(p \frac{dV_{Tot}}{dt} + q\rho_o \hat{H}_o + UA(T_v - T) - W_A^m \lambda \right) \quad (4)$$

donde:

U = coeficiente global de transferencia de calor, W/m²•°C

A = área de transferencia de calor, m²

λ = calor latente de vaporización a las condiciones de operación del sistema, J/kg

m_T = masa total del sistema, kg

C_p = calor específico de la solución dentro del sistema, J/kg•°C

T = temperatura de la solución, °C

T_B = temperatura base o de referencia, °C

\hat{H} = entalpía específica, J/kg

p = presión de operación del sistema, Pa

$\frac{dV_{Tot}}{dt}$ = incremento de volumen del sistema, m³

El algoritmo desarrollado para el cálculo de Ks se muestra en la figura dos.

Para el desarrollo de los cálculos se utilizaron las siguientes restricciones:

1. El valor de la presión de vapor saturado alimentado a la calandria del tacho (Pv) se mueve en un rango de cinco a diez libras por pulgada cuadrada manométrica (5 a 10 psig) y

donde:

$\frac{dm_A}{dt}$ = masa de agua que se acumula, kg/s

C_{A_o} = concentración de agua en el fluido que entra, kg/m³

W_{A_o} = flujo de agua en el fluido que entra, kg/s

W_A^m = flujo de agua que se transfiere a través de la interfase, kg/s

se escogió como promedio para los cálculos el valor de ocho (8 psig).

2. El tiempo de alimentación del fluido a los tachos se tomó: 120 min (para alimentar meladura a las MCA) y 150 min (para alimentar miel A, a las MCB).
3. El volumen de carga inicial de los tachos (Vo), la presión de trabajo de vacío en los tachos (PT) y la densidad de la sacarosa cristalizada (ρ_{sc}), se tomaron como 500 pie³, 25 pulgadas de mercurio de vacío y 1580 kg/m³ respectivamente.
4. El rendimiento en cristales del pie de masa varía entre los valores de 45 a 50 % y se escogió como promedio el valor de 48 %.
5. El valor del flujo volumétrico debe encontrarse entre $1,75 \cdot 10^{-3}$ m³/s y $4,95 \cdot 10^{-3}$ m³/s.
6. Como se desconoce la distribución de tamaños para elaborar cada masa, ya que ese análisis no se realiza, se tomó la distribución de tamaños característica para azúcar refino [1]. Esta distribución de tamaños para todas las masas es la misma y es la que aparece en la tabla uno.

Tabla 1
Distribución de tamaños característica del azúcar refinado

Análisis de malla	Fracción [mm]	Fracción [%]	Diámetro medio [mm]
- 14 + 20	-1,168+0,833	7,5	1,001
- 20 + 28	-0,833+0,589	25	0,711
- 28 + 35	-0,589+0,417	36,6	0,503
- 35 + 48	-0,417+0,295	22,9	0,356
- 48 + 65	-0,295+0,208	6,5	0,252
- 65 + 100	-0,208+0,147	0,7	0,178

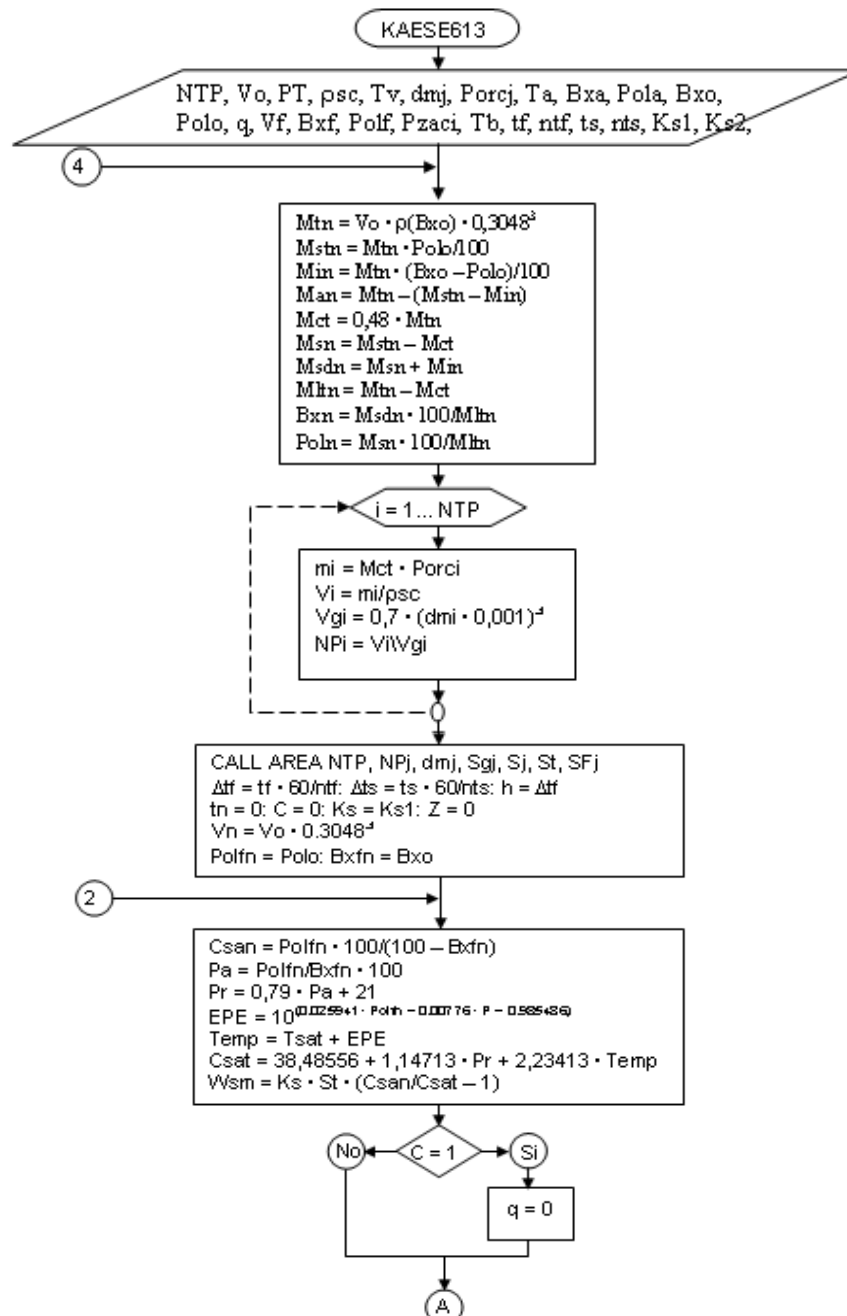


Fig. 2 Algoritmo para el cálculo de la constante de cristalización, Ks.

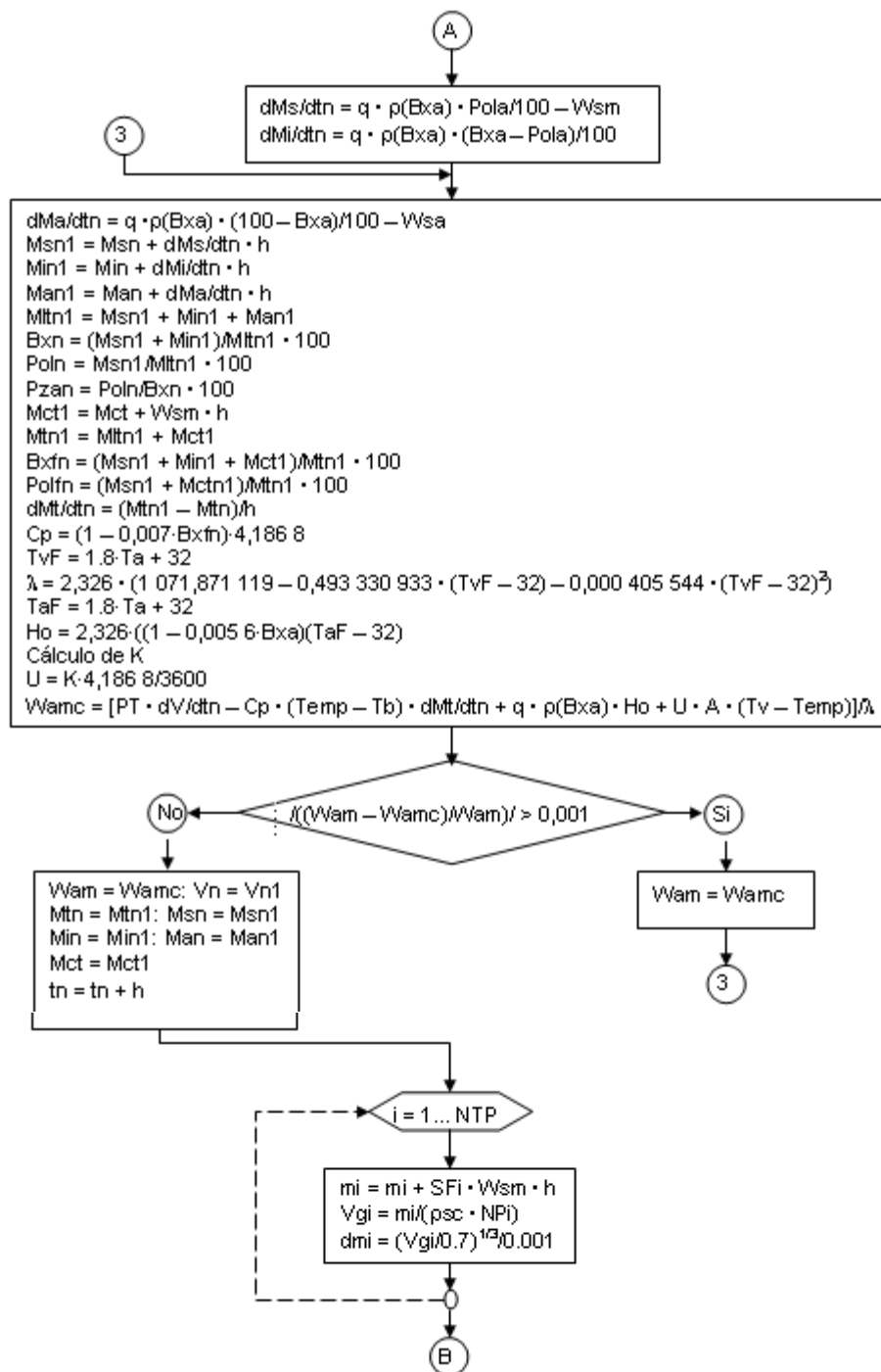


Fig. 2 (Continuación).

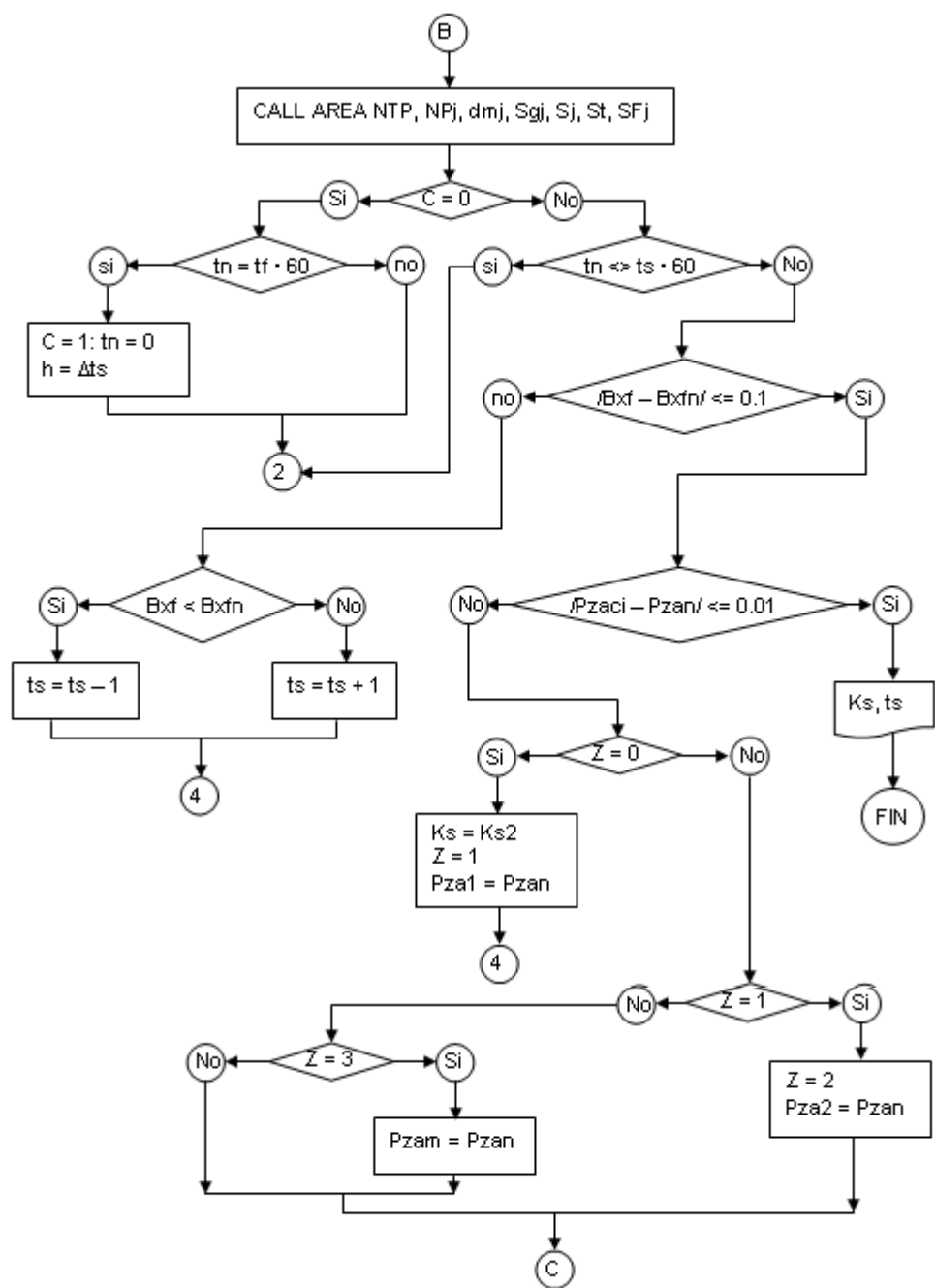


Fig.2 (Continuación).

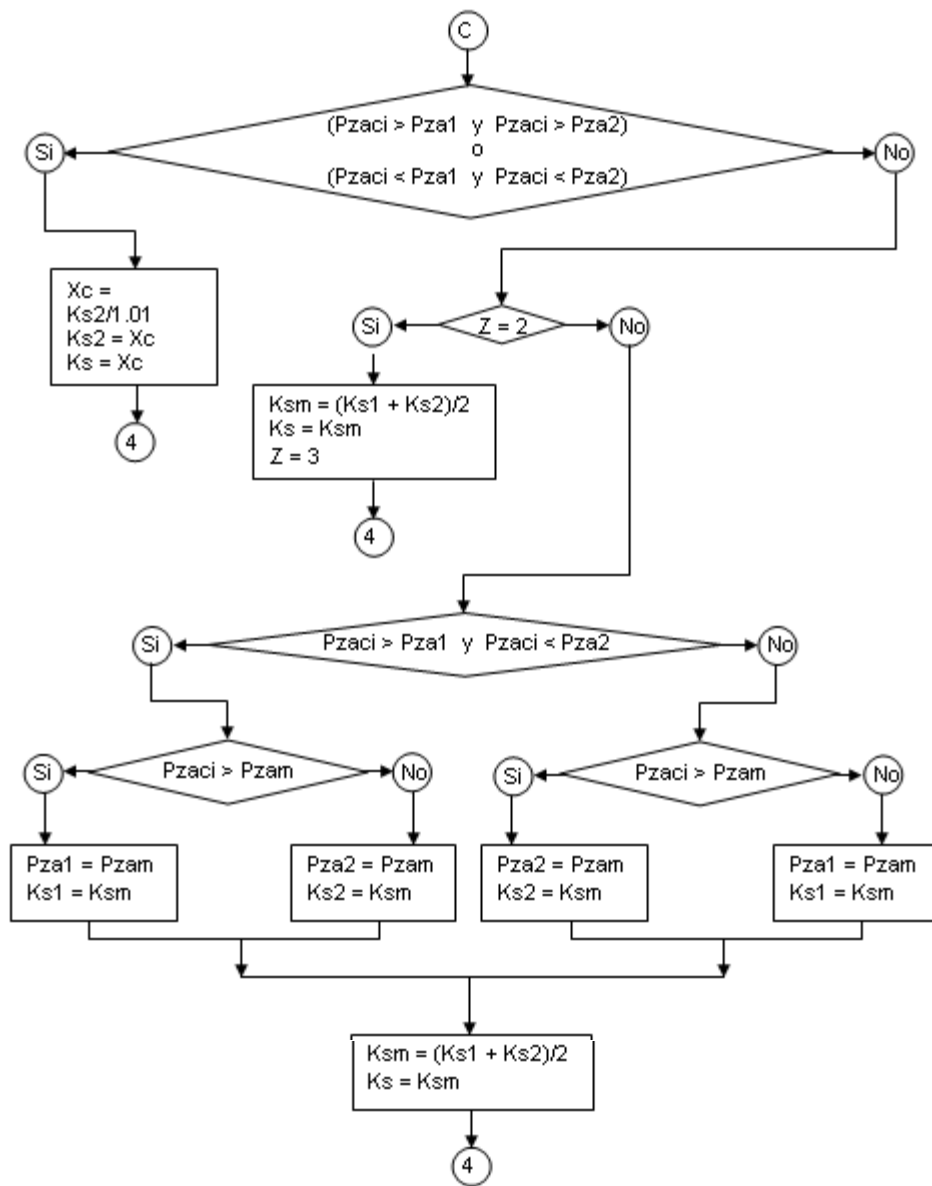


Fig. 2 (Continuación).

Otras restricciones consideradas fueron:

- Se considera, además, que el número inicial de cristales introducidos al tacho es inalterable, es decir, no se forman nuevos cristales ni se destruyen los existentes y que su forma geométrica es cúbica.
- En la validación, con el objetivo de estimar el flujo volumétrico aproximado del fluido alimentado y el flujo de agua que pierde la masa por evaporación (supuesto), se toman

como valores de brix final de las masas: 91,8 para MCA y 93,6 para MCB. Estos valores fueron obtenidos con los datos de brix con que se obtuvieron y correlacionaron los valores de Ks y constituyen la media estadística de ellos.

Los datos que se tomaron para el cálculo de los valores de la constante de velocidad de cristalización según el algoritmo representado en la figura dos, se muestran en la tabla dos.

Tabla 2
 Datos de ejemplo para el cálculo de la constante de cristalización, Ks

Brix meladura	Pol meladura	Brix miel A	Pol miel A	Brix grano mejorado	Pol grano mejorado	No. tacho	Tipo de masa	Volumen final	Brix masa	Pol masa	Ciclón
64,04	56,43			87,52	74,00	4	A	1062	91,76	78,60	67,72
64,04	56,43			87,52	74,00	3	A	954	91,72	78,00	66,73
64,04	56,43			87,52	74,00	4	A	1062	90,30	79,00	70,84
64,04	56,43			87,52	74,00	2	A	1000	90,56	80,00	68,70
64,04	56,43			87,52	74,00	4	A	927	91,76	80,00	66,63
64,04	56,43			87,52	74,00	3	A	997	92,12	80,80	72,65
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	94,52	72,20	57,11
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,16	72,60	61,96
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,22	72,40	60,07
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,40	72,40	61,05
		58,60	38,00	87,52	74,00	1	B	1170	93,40	71,50	59,09

Resultados y análisis

Una vez ejecutado el programa de computación elaborado se obtuvieron los valores de la constante de velocidad de cristalización que aparecen reportados en la tabla tres.

Los resultados de la constante de cristaliza-

ción que aparecen en la tabla tres, fueron procesados utilizando el programa Statgraphics Plus 4.1 para Windows, mediante el método estadístico de regresión múltiple con la finalidad de correlacionar esta con las variables de operación del proceso. Como resultado de este tratamiento estadístico se obtuvieron los modelos ajustados:

Tabla 3
 Resultados obtenidos a partir de los datos de la tabla 2

Ks [kg/m ² .s]	ts [min]	Brix madre	Pol madre	Ciclón	Brix masa	Pol masa
9,998E-06	46	82,23	55,69	67,72	91,70	79,30
8,280E-06	42	81,87	54,62	66,72	91,63	79,06
9,624E-06	33	81,25	57,56	70,84	90,32	78,09
9,378E-06	60	80,65	55,41	68,70	90,54	78,19
7,194E-06	10	82,24	54,79	66,62	91,82	79,17
6,922E-06	60	85,20	61,90	72,65	92,03	79,49
4,657E-06	41	91,56	52,29	57,11	94,49	68,87
2,336E-06	31	90,68	56,19	61,97	93,19	67,99
3,441E-06	31	90,23	54,20	60,07	93,17	67,97
2,865E-06	33	90,85	55,46	61,05	93,47	68,18
3,894E-06	33	90,44	53,45	59,10	93,47	68,18

Modelos ajustados para las constantes de cristalización de las diferentes masas cocidas.

Para MCA

$$\begin{aligned}
 K_s = & -6,513\ 83e^{-5} - 8,033\ 48e^{-7} \cdot \text{PolGM} + 9,732\ 84e^{-7} \cdot \text{PzaGM} + \\
 & -3,751\ 81e^{-8} \cdot A + 6,049\ 28e^{-7} \cdot \text{PzaMel} - 4,801\ 86e^{-7} \cdot \text{PolMel} \\
 & + 2,812\ 2e^{-8} \cdot V_f
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

donde:

- PolGM = pol del grano mejorado %
- PzaGM = pureza del grano mejorado %
- A = área de transferencia de calor del tacho m²
- PzaMel = pureza de la meladura %
- PolMel = pol de la meladura %
- Vf = volumen final de la masa cocida pie³

Para MCB

$$K_s = -1,763 \cdot 10^{-5} - 4,928 \cdot 10^{-7} \cdot \text{PolGM} + 4,322 \cdot 10^{-7} \cdot \text{PzaGM} + 2,979 \cdot 10^{-7} \cdot \text{PzaMiel} + 7,741 \cdot 10^{-8} \cdot t_s \quad (6)$$

donde:

- PolGM = pol del grano mejorado %
- PzaGM = pureza del grano mejorado %
- PzaMiel = pureza de la miel A %
- t_s = tiempo de cocción sin alimentar fluido min

Las gráficas del ajuste de estos modelos se pueden apreciar en las figuras tres y cuatro, que se muestran a continuación.

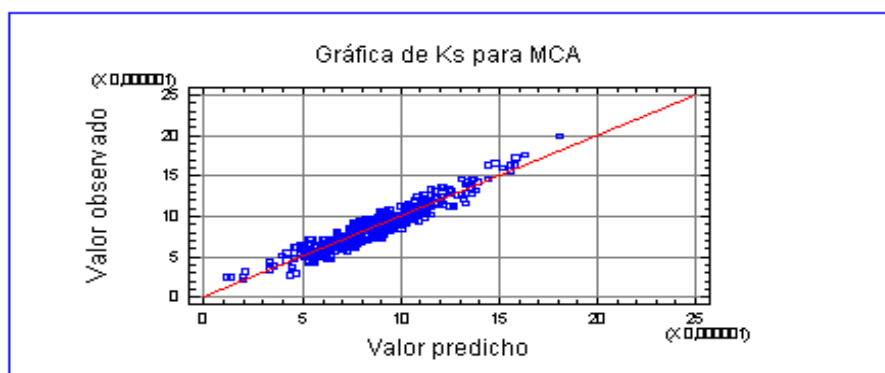


Fig. 3 Gráfica de ajuste de Ks para MCA.



Fig. 4 Gráfica de ajuste de Ks para MCB.

Conclusiones

- 1 Se ajustaron los modelos de la constante de cristalización para los diferentes tipos de masa elaboradas MCA Y MCB.
- 2 Para ambos tipos de masa (MCA y MCB) la constante de cristalización (K_s) muestra una dependencia de la pureza y concentración (pol) de sacarosa del grano mejorado, que es el pie de masa y de la pureza del fluido alimentado (meladura para MCA y miel A para MCB).
- 3 Para la MCA la constante de velocidad de cristalización K_s depende además de la concentración de sacarosa del fluido alimentado; del área de transferencia de calor del tacho y del volumen final de la masa cocida.
- 4 El valor de K_s para MCB, además de las variables comunes a la MCA, depende del tiempo en que se le da vapor a la masa sin que haya alimentación alguna de fluido, es decir, el tiempo que tarda en “dársele punto a la masa”.

Nomenclatura

A	área de transferencia de calor. m^2
Bx	brix. %. kg sólidos disueltos/100 kg de solución
Bxa	brix del fluido alimentado. %
C	concentración. kg/m^3
Cp	calor específico a presión constante. $J/kg \cdot ^\circ C$
dm	diámetro medio de los cristales de azúcar mm
EPE	elevación del punto de ebullición. $^\circ C$
\hat{H}	entalpía específica. J/kg
K	coeficiente global de transferencia de calor. $cal/h \cdot m^2 \cdot ^\circ C$
Ks	constante de cristalización $mg/m^2 \cdot min$
m	masa. kg
MA	número de masa cocida A en el día. adimensional
MAF	masa de azúcar final
MAI	masa de azúcar inicial
MB	número de masa cocida B en el día. adimensional
MCA	masa cocida A
MCB	masa cocida B
Mct	masa total de cristales. kg

Mltn	masa total de líquido en el instante n. kg
Msdn	masa de sacarosa disuelta en el instante n. kg
Mtdia	masa total de azúcar producida en un día. kg
NM	número de masas en el día. adimensional
NP_i	número de partículas del tamaño i. adimensional
ntf	intervalos cuando hay alimentación de fluido. adimensional
NTP	número de tamaño de partículas. adimensional
nts	intervalos cuando no hay alimentación de fluido. adimensional
p	presión de operación. MPa. inHg de vacío. psig.
P_A	pureza aparente. %
PE	punto de ebullición. $^\circ C$
Pol	pol. %. kg de sacarosa/100 kg de solución
Pola	pol del fluido alimentado. %
PolGM	pol del grano mejorado. %
PolMel	pol de la meladura. %
Porcj	fracción del total del tamaño j. %
P_R	pureza real. %
PT	presión de trabajo. MPa. inHg de vacío
Pzaci	pureza del licor madre. %
PzaGM	pureza del grano mejorado. %
Pzam	pureza media. %
PzaMiel	pureza de la meladura. %
PzaMiel	pureza de la miel A. %
q	flujo volumétrico. m^3/s
Rosc	densidad de la sacarosa cristalizada. kg/m^3
SFj	fracción del total del área de tamaño j. m^2
Sgj	área de un cristal de azúcar de diámetro j. $mm^2. m^2$
Sj	área de la fracción j de tamaños. m^2
ST	área total de los cristales de azúcar. m^2
T	temperatura de la solución. $^\circ C$ $^\circ F$
t	tiempo de operación. min. s
TC	por ciento de tamaño calculado. %
Temp	temperatura de ebullición de la masa. $^\circ C$
tf	tiempo que se le alimenta fluido a la masa. min.
TM20	por ciento de tamaño sobre malla Tyler 20 en MAI. %
TM20R	por ciento de tamaño sobre malla Tyler 20 en MAF. %
TR	por ciento de tamaño observado. %
ts	tiempo que se le da vapor a la masa sin alimentar fluido antes de descargarla del tacho. min.
U	coeficiente global de temperatura. $W/m^2 \cdot ^\circ C$
V	volumen. m^3 o pie^3
Vg_i	volumen de un cristal de azúcar de tamaño i. m^3

W flujo másico. kg/s
 λ calor latente de vaporización. J/kg
 ρ densidad del fluido. kg/m³
 ρ_{sc} densidad de la sacarosa cristalizada. kg/m³
S. Sad acarosa
T. Tot total
Sat saturación
I inerte
o entrada. inicial
A agua
B base o referencia
F final

v vapor
m transferido a través de la interfase

Bibliografía

1. CLARK, J. A. y F. GARCÍA LÓPEZ. *El Proceso de Fabricación de Azúcar Crudo en los Tachos*, Ed. Ciencia y Técnica. Instituto Cubano del Libro. La Habana. Cuba. 1969.
2. HONIG, P. *Principios de Tecnología Azucarera*, t. II. ed. Revolucionaria. Guantánamo. Cuba. 1987.
3. JENKINS, G. H. *Introducción a la tecnología del azúcar de caña*, Ed. Ciencia y Técnica. Instituto Cubano del Libro. La Habana. Cuba. 1971.