

## ANÁLISIS DE LA CURVA DE DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO DE RESIDENCIA EN UN SISTEMA DE LIXIVIACIÓN

Armando Rojas Vargas, Amancia García Pérez  
Centro de Investigaciones del Níquel (CEINNIQ)

*Se realizó un estudio del tiempo de retención en un sistema de lixiviación industrial añadiendo una sustancia trazadora de carbonato de sodio. Se dosificó de forma instantánea y muestreó en un intervalo de tiempo constante de 3 min. La curva de distribución del trazador se analizó desde el punto de vista cualitativo, se aplicaron métodos empíricos y ajustó al modelo propuesto por David Wolf y William Resnick aplicando el programa computacional Statgrafics 4.1. Dicha curva mostró asimetría y una “cola” larga decreciente luego de alcanzada la concentración máxima, implicando un alargamiento de la rama descendente de la curva (menos Gaussiana y más exponencial al término). Se apreciaron picos además del correspondiente a la máxima concentración indicando la presencia de zonas muertas estancadas y cortocircuitos internos o remolinos, trayendo como consecuencia que el tiempo de retención experimental resultara superior al teórico calculado. El modelo de flujo se correspondió a no ideal, intermedio entre flujo Pistón  $P=44,3\%$  y Mezclado  $M=55,7\%$ . Se obtuvo que el índice de mezclado, grado de homogeneización, densidad de la pulpa y nivel de “arena” son variables a considerar durante la determinación del tiempo de retención. El programa computacional Statgraphic. 4.1 permitió ajustar el modelo con alto estadígrafo de regresión ( $R^2$ ) elevando la calidad del ajuste.*

**Palabras clave:** tiempo de retención, curva de distribución de trazador, evaluación hidráulica

*A study of retention time in an industrial leaching system adding carbonate of sodium as tracer substance was carried out. It was dosed of instantaneous form and the samples were taken in an interval of constant time around 3 min. The tracer distribution curve was analyzed from the qualitative point of view, empiric methods were applied and it adjusted to the model proposed by David Wolf and William Resnick applying the Statgrafics 4,1 program. The tracer distribution curve in the effluent showed asymmetric and a falling long "line" after having reached the maximum concentration, implying a lengthening of the descending branch of the curve (less Gaussian and more exponential to the term). The presence of picks besides the corresponding to the maximum concentration were appreciated indicating the presence of stagnated dead areas and internal short circuits, resulting in that the time of experimental retention was superior to the theoretical one. The pattern of flow belonged together to non ideal, intermission among flow Piston  $P=44,3\%$  and Blended  $M=55,7\%$ . It was obtained that the index of mixed, homogeneity degree, pulps density and level of "arena" are variable to consider during the determination of retention time. Statgraphics 4,1 program allow to adjust the model with high regression statistician ( $R^2$ ), elevating the adjustment quality.*

**Key words:** retention time, tracer distribution curve, hydraulic evaluation

### Introducción

El tiempo de retención ( $t_0$ ) es el tiempo de permanencia en que sale el 50 % de la carga de un sistema, siendo por tanto distinto para las diferentes fracciones del volumen ( $Q$ ) que entra en el tiempo  $t=0$ ; es aquí la necesidad de estudiar la distribución del tiempo de retención para poder conocer la forma como queda distribuido el volumen de pulpa. Cualquier disminución del tiempo de retención como consecuencia de cortocircuitos hidráulicos o incremento, debido a presencia de

zonas muertas estancadas, produce apreciables disminuciones en la eficiencia /2/.

Las zonas muertas son un factor macroscópico que incide en el tiempo de residencia de la sustancia trazadora. Hay dos tipos de zonas muertas dentro de un sistema: las ocasionadas por canalizaciones o cortos circuitos hidráulicos y las provocadas por fluido “estancado”.

Se define Cortocircuito hidráulico o canalizaciones como aquella parte del flujo que tiene una velocidad infinita y un tiempo de retención cero. Parte del volumen que entra atraviesa el sistema con

tanta rapidez que sale instantáneamente, sin permanecer almacenado en él. Se presenta debido a defectos en el diseño de la estructura de entrada y salida que permiten el paso directo entre unas y otras, por corrientes de densidad de origen térmico o por variación de concentración, así como por efecto de la rotación de paletas en agitadores que impulsan parte de la masa líquida para que salga tan pronto como entra.

Las zonas muertas estancadas se encuentran en los huecos de material poroso, en esquinas de tanques y/o en intersticios donde las corrientes del fluido no pueden penetrar.

En este trabajo se realiza un estudio de la distribución del tiempo de residencia en un sistema de lixiviación, con el objetivo de determinar sus principales características como modelo de flujo, espacios muertos y cortocircuitos hidráulicos.

En la literatura se reportan como modelos de flujos: el modelo Flujo Pistón, Mezclado y Flujo no ideal. Las características de cada uno de ellos se muestran en /2/ y /3/.

Un reactor con flujo mezclado es aquel en el que todo elemento que ingresa al reactor se dispersa inmediatamente dentro de él. Además, se cumplirá que la concentración de una sustancia a la salida de la unidad es igual a la existente en todo el reactor.

El Flujo Pistón se describe como aquel en el que todas las partículas de fluido que entran a la unidad permanecen en ella el mismo tiempo. De esta manera, los elementos de fluido pasan a través del sistema y son descargados en la misma secuencia en que fueron introducidos y no hay ningún tipo de mezcla entre el fluido que ingresa y el fluido que está en la unidad.

Flujo no ideal corresponde a cualquier grado intermedio entre flujo pistón y mezcla completa con otras posibles alteraciones como la presencia de zonas muertas, cortocircuitos hidráulicos y recirculaciones.

## Metodología

### Descripción del sistema de lixiviación:

El sistema de lixiviación es a escala industrial, gas – líquido – sólido, cuya área de interés para

este artículo está compuesta por cuatro reactores cilíndricos de base plana, en series y con agitación. Operan a una ligera presión de vacío.

Los agitadores son impelentes de turbinas de hojas rectas con disco central. En la Tabla No. 1 se muestran los factores de formas de cada reactor.

Tabla 1  
Factores de forma

D/d	H/d	I/d	I/D	W/d	A/d	Nh	Nb
2,75	3,38	0,38	0,14	0,188	1,0	6	4

La mezcla líquido - sólido se prepara a una densidad entre 1140 – 1150 kg/m<sup>3</sup> en un mezclador, donde se homogeneiza la pulpa y bombea a un distribuidor de cinco líneas. Una de estas líneas alimenta a una caja alimentadora y seguidamente, a los reactores de interés, donde se suministra aire y ocurre la lixiviación.

## Muestreo

Para determinar el tiempo de retención se empleó el método de dosificación de sustancias inertes o trazadoras. Esta no reacciona con los componentes de la pulpa y se puede analizar con facilidad. La sustancia trazadora fue el carbonato de sodio (Soda Ash).

Se dosificó de forma instantánea en la caja alimentadora al primer reactor y muestreó en la descarga del cuarto cada tres minutos. Los análisis químicos se realizaron mediante un equipo de Absorción Atómica SP-9.

## Ecuaciones para determinar el tiempo de retención

En la bibliografía consultada se proponen varios métodos para calcular el tiempo de retención, tal como se muestra por la ecuación (1).

$$t_m = \frac{\sum_{i=0}^n t_i * (C_i - C_0)}{\sum_{i=0}^n (C_i - C_0)} \quad (1)$$

donde:

$t_m$ : Tiempo mediano de retención.

$C_o$ : Concentración inicial de la sustancia trazadora (g/l).

$C_i$ : Concentración en un instante  $t_i$

Aplicación del modelo matemático de Wolf y Resnick para flujo real

En la literatura se han propuesto procedimientos para el análisis de las curvas de distribución del tiempo de residencia, como se reflejan en /2/, /8/, /9/, basados en tres procedimientos fundamentales: el cálculo del área bajo la curva, mediante modelos matemáticos y el cálculo de índices empíricos o semiempíricos.

En este trabajo se va aplicar el modelo propuesto por David Wolf y William Resnick (1963), el que se describe por la expresión (2). Para determinar  $F(t)$  se recomienda aplicar las

ecuaciones 5 y 6 o consultar la literatura indicada en /1, 2, 3/.

Este modelo se puede justar mediante el programa computacional STATGRAPHICS 4.1 en la opción NONLINEAR REGRESIÓN obteniéndose los parámetros de (4), de esta forma se evita emplear procedimientos gráficos para calcular los parámetros y obtener valor alto de estadígrafo de regresión ( $R^2$ ), validando la calidad de ajuste del modelo; así también, ( $R^2$ ) ajustado por los grados de libertad, para compararlos con otros modelos.

Por medio del modelo se puede cuantificar el porcentaje de flujo Pistón (P), Mezcla completa (M), y zonas muertas ( $me$ ). Este último factor es de importancia para tomar decisiones durante el ajuste, por cuando permite también decidir la zona en que linealiza la curva de concentración del trazador.

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \frac{1}{(1-P)*(1-M)} * \left( \frac{t}{t_0} - P*(1-M) \right) \right] \quad (2)$$

Resolviendo corchete y simplificando se tiene:

$$1 - F(t) = \exp \left[ - \frac{1}{(1-P)*(1-M)} * \left( \frac{t}{t_0} \right) + \frac{P}{(1-P)} \right] \quad (3)$$

Aplicando logaritmos:

$$\ln |1 - F(t)| = - \frac{1}{(1-P)*(1-M)} * \left( \frac{t}{t_0} \right) + \frac{P}{(1-P)}$$

Introduciendo como constantes para el modelo (a) y (b):

$$\ln |1 - F(t)| = a + b * \left( \frac{t}{t_0} \right) \quad (4)$$

$$F(t_i) = \frac{E_i}{E_x} \quad (5)$$

$$E_i = E_{i-1} + (C_i - C_0) \quad (6)$$

Modelo Flujo Pistón (%):

$$me = \left[ 1 + \frac{1}{b * (1-p)} \right] * 100 \quad (7)$$

Modelo mezclado perfecto (%):

$$M = 100 - P \quad (8)$$

Volumen espacios muertos (%):

$$me = \left[ 1 + \frac{1}{b * (1 - p)} \right] * 100 \quad (9)$$

Análisis cualitativo de la tendencia de la curva de concentración de trazador

Se debe construir la curva de distribución del trazador en el efluente del reactor y en ella indicar los principales parámetros para el análisis de la tendencia de la curva. Estos se pueden obtener por interpolación lineal.

- Tiempo inicial desde que se aplica el trazador hasta que aparece en el efluente ( $t_c$ )
- Tiempo correspondiente al paso del 10% del trazador ( $t_{10}$ )
- Tiempo correspondiente al paso del 90% del trazador ( $t_{90}$ )
- Tiempo modal, tiempo hasta alcanzar la máxima concentración ( $t_p$ )
- Tiempo medio de retención teórico  $V/Q$  ( $t_0$ )
- Tiempo mediano, corresponde al paso del 50% del trazador. ( $t_m$ )
- Tiempo que transcurre hasta que atraviesa la totalidad del trazador al reactor ( $t_r$ )
- Tiempo en que la concentración es mayor que  $C_p/2$  ( $t_c$ ).
- Tiempo en que la concentración es mayor que  $C_p/10$  ( $t_b$ )
- Concentración inicial de trazador ( $C_0$ )
- Concentración máxima a la salida ( $C_p$ )

Para obtener estos parámetros y efectuar el

análisis cualitativo de la curva, se aplica el procedimiento descrito en /1, 2, 3/.

## Resultados y discusión

Curva de distribución del trazador en el efluente

En la figura 1 se muestra la curva del trazador en el efluente del sistema de lixiviación. En ella se indican los parámetros anteriormente indicados.

De esta curva se obtiene que el tiempo mediano de retención es  $t_m=57$  min. De forma comparativa, se calculó por la ecuación (1) obteniéndose un valor de 66.9 min.

La diferencia entre los tiempos obtenidos al aplicar la ecuación (1) y mediante la curva (que se corresponde al concepto citado en la introducción del presente artículo) estuvieron dadas principalmente porque, como puede observarse en la Fig. 1, al cabo de los 180 min. de muestreo aún no se había obtenido en la salida concentración igual a la inicial (a un tiempo  $t=0$ ). En cuanto a  $C_p$ , debe destacarse que mientras menor sea el intervalo de tiempo de muestreo, hay mayor probabilidad de obtener la concentración máxima justa a alcanzar en el sistema estudiado.

Puede observarse en la figura 1 una “cola” larga decreciente luego de alcanzada la concentración máxima ( $C_p$ ) pero con tendencia lenta y poca simetría en la curva (menos Gaussiana y más exponencial al término), lo que hace pensar previamente que el tiempo de residencia promedio real (o experimental) en el sistema es mayor que el teórico calculado (volumen útil de reacción entre flujo volumétrico), debido a factores de flujo que lo alejan de la idealidad, como se analizará seguidamente.

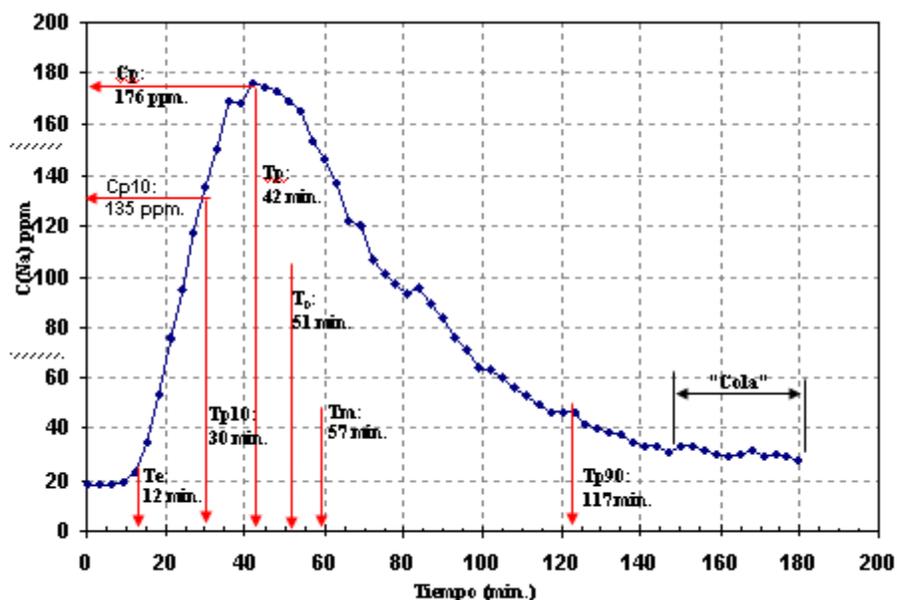


Fig. 1 Curva de distribución del trazador en el efluente del reactor.

A partir del momento en que aparece el trazador en el efluente ( $t=12$  min.), la concentración va aumentando progresivamente como es característico de un reactor real que presenta una combinación de flujo pistón y mezcla completa. Se puede observar que no solamente existe el pico de máxima concentración a los 42 min., sino también a los 84 min. con una concentración de 93 ppm de trazador que teóricamente da una idea de la presencia de zonas muertas estancadas. Pueden observarse varios picos ligeros posterior a dicho tiempo. Estos fenómenos pueden ser explicados por la presencia de zonas dentro del sistema que retienen el trazador y luego lo liberan paulatinamente /9/ debido a la difusión del trazador dentro de zonas donde el licor está estancado y el trazador ingresa y egresa mediante difusión o migración. He aquí también la necesidad de alimentar adecuadamente el trazador (de forma instantánea o continua) y mantener constante el flujo de alimentación.

Sin embargo, también es posible que la "cola" o parte de ella sea debida a fenómenos completamente hidráulicos, donde el trazador permanece dentro del sistema un tiempo mayor al teórico, no a causa de la difusión en zonas estancadas, sino por remolinos y recirculaciones internas.

Al ajustar el modelo de la ecuación (4) se obtuvo:

$$\ln 1 - F t = 0.79573 - 1.34320 * \left( \frac{t}{t_0} \right)$$

$R^2 = 99,90$

$R^2$  (ajustado por los grados de libertad) = 99,90

Error estándar del estimado: 0,020

Media absoluta del error: 0,0151

Aplicando las ecuaciones (7, 8 y 9) se obtuvo que el sistema se ajusta al modelo de flujo Pistón en un  $P = 44,3$  % y modelo Mezclado en un  $M = 55,7$  %. Esto indica que no hay un predominio de un modelo de flujo u otro, sino más bien un grado muy intermedio correspondiente a flujo no ideal, así como que el índice de mezclado y la eficiencia de mezclado no deben acercarse a los valores óptimos (0 y 100 % respectivamente) en el sistema, por lo que se recomendó la determinación de los mismos para la evaluación de la agitación y detección de mala distribución de pulpa como consecuencia del diseño del distribuidor de pulpa, donde pudieran obtenerse además fracciones volumétricas de alimentación de distintas densidad, por sedimentación.

Al calcular el volumen de espacios muertos, se obtuvo que alcanzó un valor negativo  $me = -0,337$ ,

lo que se atribuye a la presencia de zonas muertas estancadas como se abordó anteriormente al analizar la Fig. 1 y a la presencia de pulpas con alta densidad consecuencia de mala distribución de pulpa, lo que pudiera reflejarse con un mayor amperaje

del motor del agitador. En la literatura se plantea que la presencia de lodos depositados puede producir interferencias /3/ como es en este caso, el “nivel de arena” alto, la variación de temperaturas por formación de corrientes térmicas, propio de este proceso.

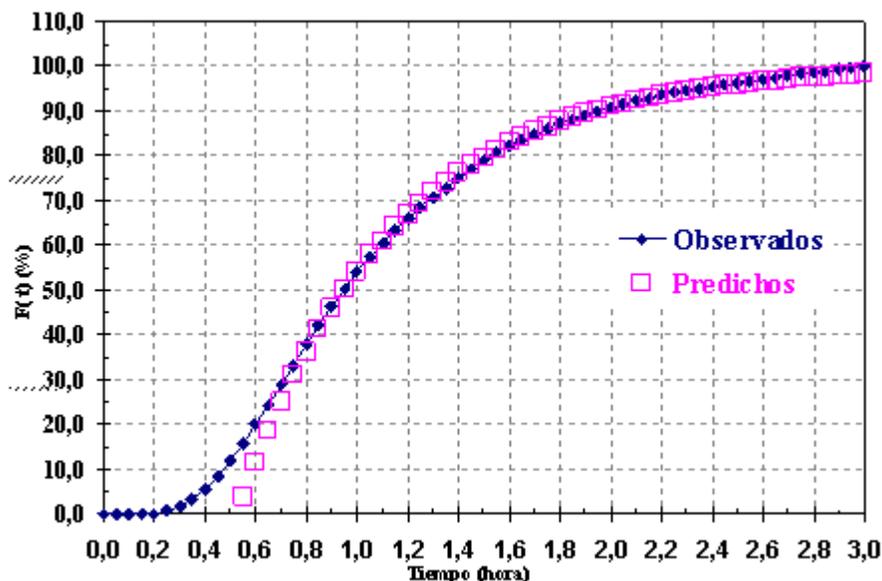


Fig. 2 Valores observados y predichos.

Este valor de se corroboró con otros resultados experimentales efectuados simultáneamente en otras áreas del sistema, con semejanza geométrica, donde el tiempo de retención ( $T_0$ ) experimental (o real) fue, de igual forma, mayor al teórico; en cambio, alcanzó valor positivo donde el  $T_0$  experimental fue menor al teórico con valor de hasta  $me = 11\%$  ( $R^2 = 99,69$ ), lo que se atribuyó a la presencia de cortocircuitos hidráulicos y pulpas menos densas.

Se aplicó además el método reflejado en /9/ y se calculó el índice  $\phi$ . Este se basa en un ajuste grueso al área bajo la curva del trazador por medio de dos triángulos lo cual permite obtener un parámetro que indicará la tendencia del comportamiento hidráulico del sistema. Con ellos se relaciona a la excentricidad con la altura de la curva.  $\phi$  alcanza valor igual a  $\phi =$  en tanque totalmente mezclado y en pistón,  $\phi = 0$ . De esta forma se confirmaron los resultados con valor de  $\phi = 0,523$ , valor muy intermedio. Estos autores /9/ obtuvieron valores de fracción de volumen

muerto negativos como consecuencia de la acumulación de trazador en el seno del tanque y la falta de agitación. Los autores explicaron que un valor negativo de indica que en promedio las partículas del trazador han permanecido más tiempo que teórico y que este hecho representa una violación al balance de masa y que el trazador en estos casos no representa adecuadamente el comportamiento hidráulico de las partículas, aunque es más importante poner atención a los cambios en magnitud y a sus tendencias y no a las magnitudes absolutas de los datos numéricos obtenidos.

En la figura 2 se muestran los valores observados y predichos del porcentaje estimado del trazador que pasa ( $F_t$ ) para el tiempo de muestreo, colocándose una encima de la otro, demostrando la calidad del ajuste por este método, empleando el Programa STATGRAPHIC PLUS 4.1, principalmente para la zona decreciente de la Fig. 1 a partir de  $t_p = 42$  min.

Relaciones de tiempos experimentales con respecto al tiempo teórico /1/, /2/, /3/ para el

análisis de la tendencia de la curva de distribución de trazador corroboraron los resultados obtenidos, indicando grado intermedio entre flujo Pistón y flujo Mezclado (I), (IV), más próximo a mezcla (III); espacios donde el trazador ha quedado acumulado por período de tiempo (espacios muertos estancados) para luego salir lentamente, alargando la rama descendente de la curva de concentración, desplazando el centroide del área (II).

$$(I) \frac{t_e}{t_0} = \frac{12}{51.0} = 0.235$$

$$(II) \frac{t_m}{t_0} = \frac{57}{51.0} = 1.11$$

$$(III) e = \frac{(180 - 42) - (42 - 12)}{51.0} = 2.12$$

$$(IV) \frac{t_c}{t_0} = \frac{22.9}{51.0} = 0.45$$

$$(V) IM = \frac{t_{90}}{t_{10}} = \frac{117}{12} = 9.75$$

## Conclusiones

1. Se determinó el tiempo de retención experimental aplicando carbonato de sodio como sustancia trazadora a un sistema de lixiviación industrial, alcanzando un valor de 57 min., mayor al teórico calculado.
2. La diferencia entre los tiempos teóricos de retención obtenidos al aplicar los métodos descritos estuvo dado porque en el periodo de evaluación no se logró obtener en la descarga semejante concentración que en el alimentado, lo que estuvo dado por la presencia de zonas muertas estancadas y cortocircuitos internos.
3. El modelo de flujo obtenido fue intermedio entre flujo Pistón y Mezclado, correspondiente a flujo no ideal.
4. Se aplicaron varios criterios que confirmaron la presencia de zonas muertas estancadas como son el cálculo de índices empíricos, el análisis cualitativo de la curva de distribución y la aplicación del modelo de Wolf y Resnick.
5. Se obtuvo que el índice de mezclado, el grado de homogeneización, la densidad de la pulpa, nivel de "arena" y amperaje del agitador son variables a considerar durante la determina-

ción del tiempo de retención con trazador para el análisis de los resultados en cuanto a distribución de pulpa y sistema de alimentación.

6. El empleo del programa computacional Statgraphic. 4.1 permite ajustar el modelo propuesto por David Wolf y William Resnick con alto estadígrafo de regresión  $R^2$ , elevando la calidad del ajuste.

## Nomenclatura

**A:** Separación del impelente del fondo

**$\alpha$ :** Constante

**b:** Constante

**$C_0$ :** Concentración inicial de la sustancia trazadora (g/L)

**$C_i$ :** Concentración en un instante  $i$  (g/L)

**D:** Diámetro del reactor

**d:** Diámetro del impelente

**$E_i$ :** Diferencia de concentración en un instante  $i$  (g/L)

**e:** Excentricidad de la curva

**F(t):** Fracción del total del trazador que ha salido del reactor

**H:** Altura total del reactor

**I:** Ancho de los baffles

**M:** Porcentaje de Mezcla completa (%)

**me:** Porcentaje de zonas muertas (%)

**Mn:** Número de baffles

**Mh:** Número de hojas del impelente

**P:** Porcentaje de flujo Pistón (%)

**Q:** Flujo volumétrico alimentado ( $m^3/h$ )

**t:** Tiempo (min)

**$t_0$ :** Tiempo de retención teórico (min)

**$t_m$ :** Tiempo mediano de retención (min)

**IM:** Índice Morril

**V:** Volumen del sistema ( $m^3$ )

**W:** Ancho del impelente

## Bibliografía

1. Arroyave, D., G.; González, M., A.; Gallego, D., S. "Evaluación del comportamiento hidráulico un reactor USAB utilizado para el tratamiento de aguas residuales". Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Facultad de minas. [http://www.ciiq.org/variros/peru\\_2005/Trabajos/III/3/3.3.11.pdf](http://www.ciiq.org/variros/peru_2005/Trabajos/III/3/3.3.11.pdf). margoiq@yahoo.com. [consulta: 11 ene. 2008].
2. Pérez Carrión, J. M. "Análisis de flujos y factores que determinan los periodos de retención", tomo II.

- 
- Manual de evaluación. Programa Regional HPE/OPS/CEPIS de Mejoramiento de la Calidad del Agua para Consumo Humano. Lima, CEPIS/OPS, 1992.
- Maldonado, V., Y. Revisión del texto: "Análisis de flujos y factores que determinan los periodos de retención", de J. M. Pérez Carrión, publicado en CEPIS/OPS, Manual de evaluación. Tomo II, Programa Regional HPE/OPS/CEPIS de Mejoramiento de la Calidad del Agua para Consumo Humano. Lima, CEPIS/OPS, 1992.
  - Hirsch, A. A. "Basin Tracer Curves Interpreted by Basic Analytics". Journal ASCE, 95, SA6, 1969.
  - Hudson. "Residence Times in Pretreatment". Journal of the American WaterWorks Association, enero, 1975, págs. 45-52.
  - Wolf-Resnick. "Residence Time Distribution in Real Systems". Haifa, Israel. Institute of Technology, Chemical Engineering Dept., 1963.
  - Hart y Gupta. "Hydraulic Analysis of Model Treatment Units". Journal of Environmental Engineering Division, agosto, 1978, págs. 785-797.
  - Levespiel, O. "Ingeniería de las reacciones químicas". Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1974, págs. 277-347.
  - Morgan, J. M. et Al. "Un nuevo índice para la interpretación de las curvas de distribución de tiempos de residencia en tanque para el tratamiento de agua". Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. <http://www.femisca.org/publicaciones/XIcongreso/XICNIS017.pdf>. [consulta: 11 ene. 2008]