

MODELOS MATEMÁTICOS PARA CALCULAR LA VISCOSIDAD EFECTIVA Y SU APLICACIÓN EN EL DISEÑO Y EVALUACION DE REDES DE TUBERIAS

Ofelia Méndez Bustabad, Guido Riera González
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echevarría

En la actualidad, la viscosidad efectiva (μ_e) resulta un parámetro de gran importancia en los cálculos tecnológicos relacionados con el transporte de fluidos no-Newtonianos. Para la determinación de los modelos se realizó la recopilación de información reportada en literatura especializada en aspectos reológicos.

Esta información fue transformada con el objetivo de estudiar la dependencia de la viscosidad efectiva con la temperatura, la concentración y el gradiente de velocidad en tuberías, para diferentes alimentos y para mieles de la Industria azucarera.

Los modelos fueron obtenidos empleando el programa profesional STATGRAPHICS. Para pulpas de guayaba el modelo fue obtenido para un rango de concentraciones entre 6 y 17,6 % de sólidos, y temperaturas entre 10 y 25 °C. En mieles se estudiaron concentraciones entre 73 y 78 % de sólidos, para una temperatura de 40 °C, para pulpas de tomate las concentraciones estuvieron entre 4,3 y 19,7 % de sólidos con una temperatura de 25 °C. El valor más bajo de coeficiente de correlación múltiple fue 98,77 y en todos los casos el error estándar de estimación presenta la primera cifra significativa en la centésima. En el análisis de los residuos se observó siempre una distribución uniforme. La validación de estos modelos se hizo a través de pruebas de hipótesis, empleando información obtenida en el laboratorio.

Estos modelos se introdujeron en un software para realizar cálculos relacionados con la evaluación y el diseño de Sistemas de tuberías-bombas; el mismo fue aplicado en la industria con resultados satisfactorios.

Palabras clave: viscosidad efectiva, pérdidas por fricción, modelos matemáticos, fluidos no-newtonianos

At the present time, the effective viscosity (μ_e) is an important parameter in the technological calculations related with the transport of no-Newtonians fluids. To obtain mathematical Models it was necessary to organize the information reported in different papers that try on the topic. This information was transformed with the objective of studying the dependence of the effective viscosity with the temperature, the concentration and the gradient of speed in pipes, for different foods and molasses of sugar Industry.

The mathematical models were obtained by STATGRAPHICS. For guava pulps the models was obtained for a range of concentrations among 6 and 17,6 % of solids, and temperatures between 10 and 25 °C. In Molasses were studied concentrations between 73 and 78 % of solids, for a temperature of 40 °C, for tomato pulps the concentrations were between 4,3 and 19,7 % of solids with a temperature of 25 °C. The lowest value of multiple correlation coefficients was 98,77 and the estimate standard error presents the first significant figure in the hundredth. The validation of these models was made through hypothesis tests, using information obtained in the laboratory.

These models were introduced in software to carry out calculations related with the evaluation and the design of systems of pipes-pumps. This software was applied in the industry with satisfactory results.

Key words: effective viscosity, frictional losses, mathematical models, non-newtonians fluids

Introducción

Cada día más, para el estudio, evaluación y diseño de procesos, se emplea la simulación; para esto es indispensable contar con modelos mate-

máticos que representen lo mejor posible el fenómeno en cuestión o sus propiedades fundamentales y que su respuesta no difiera de la realidad.

En los procesos industriales es muy común el transporte de fluidos, diferentes autores han de-

sarrollado métodos para evaluar, diseñar y seleccionar equipos de impulsión. En el caso específico de los fluidos no-newtonianos de la industria alimentaria se describe un método para el diseño de sistemas de tuberías y selección de bombas para fluidos no-newtonianos (Steffe J. y R. Morgan, 1986), empleando el balance de energía mecánica y haciendo uso de la viscosidad efectiva (μ_e), determinada a partir del modelo reológico de Herschel-Bulkley. Otro autor (Mendez O, 1994), también presentó una metodología similar, preponiendo otras opciones para la determinación de la viscosidad efectiva, ambos trabajos se quedan en la definición de la metodología.

En esta misma línea, se ha desarrollado un software que permite realizar el diseño y evaluación de sistemas de redes de tuberías en primera versión para fluidos Newtonianos y posteriormente, para no-newtonianos (SIDEUSTUB) (Méndez O. y G. Riera, 1995); en este último caso se parte de la información obtenida en un viscosímetro rotatorio (Rheotest) o en un viscosímetro capilar, y así con ella, determinar los parámetros reológicos del fluido y su viscosidad efectiva.

La aplicación de este programa ha dado buenos resultados, pero es frecuente encontrar que en la industria no existe el equipamiento requerido para realizar las mediciones necesarias o se precisan los resultados con mayor rapidez. Basado en estas experiencias se valoró la importancia de contar con modelos matemáticos que sean capaces de predecir la viscosidad efectiva en función de parámetros de operación como son: temperatura, concentración de sólidos y gradiente de velocidad en tuberías (8V/D).

Debido a lo anteriormente expuesto, en este trabajo se ha trazado como objetivo obtener modelos para el cálculo de la viscosidad efectiva de algunas pulpas de frutas y hortalizas, y de las

mieles finales de la industria azucarera y su introducción en el software para la evaluación y diseño de redes de tuberías y bombas para comprobar su aplicación en la práctica.

Materiales y métodos

Para la realización de este trabajo se empleó información reportada por diferentes autores (Kolarov K. y L.R.Garcell, 1974; de Hombre R. *et al.*, 1993). Ellos han trabajado en la reología de alimentos y mieles, los cuales han mostrado un comportamiento no elástico, independiente del tiempo y pseudoplásticos en la mayoría de los casos.

Esta información presenta la viscosidad aparente con su correspondiente gradiente de velocidad (du/dy) y valores de índice de flujo e índice de consistencia para un rango de gradientes de velocidad (du/dy) a diferentes concentraciones y temperaturas. Con vistas a obtener un modelo para predecir la viscosidad efectiva en función de la concentración, la temperatura, el gradiente de velocidad (8V/D) y sus interacciones, fue necesario realizar transformaciones en la base de datos.

Para valores lógicos de velocidad de estos fluidos a través de conductos circulares (0,5 a 3 m/s) y para los diámetros comúnmente empleados en las industrias azucarera y alimentaria (2, 3, 4 y 6 pulgada) se determinaron los gradientes de velocidad en tuberías (8V/D). Con estos gradientes se calcularon los correspondientes du/dy . Esto permitió hacer una selección de la información que se poseía. Posteriormente con los respectivos valores de índice de consistencia (K) e índice de flujo (m) reportados, se determinaron las viscosidades efectivas. Las ecuaciones empleadas para hacer estas transformaciones fueron las siguientes (Skelland A., 1967; Rosabal J.M. y L.R. Garcell, 1988):

$$8V/D = [4m/ (3m + 1)] du/dy ; \quad \mu_e = K [(3m + 1)/4m]^m [8V/D]^{m-1} \quad (1)$$

La información fue organizada como se muestra en la tabla 1, en forma de ejemplo, para ser

procesada estadísticamente mediante el Programa profesional STATGRAPHICS.

Tabla 1
Ejemplo de algunos datos experimentales para pulpas de guayaba

Temperatura (°C)	Concentración (% de sólidos)	Gradiente (s ⁻¹)	Viscosidad efectiva (Pa-s)
10	6,0	41,40	0,7860
20	11,4	29,68	7,0240
20	9,9	102,65	1,1240
25	17,6	117,60	0,0443

La validación de los modelos también se hizo con este programa, mediante pruebas de hipótesis entre los valores medios de datos experimentales obtenidos en el laboratorio y los resultados que brindaron los modelos determinados.

Para la evaluación en la práctica de los modelos obtenidos se introdujeron los mismos como ecuaciones en el software CALRED, el cual permite realizar el diseño y/o evaluación de sistemas de redes de tuberías. El mismo se aplicó en la evaluación de sistemas de transporte hidráulico de mieles finales en la destilería de alcohol “Héctor Molina”.

Análisis de resultados

El procesamiento estadístico de la información nos permitió obtener modelos matemáticos para

pulpas de guayaba, pulpas de tomate y mieles finales de la industria azucarera.

En las tablas 2 a 4, se presentan los resultados de las pruebas de significación de los parámetros (test de Student) y de ajuste de los modelos (test de Fisher) realizada para un nivel de significación de 95 %.

En la tabla 2 se recogen los resultados relacionados con pulpas de guayaba empleándose 40 datos. Como se puede observar en todos los casos, las variables independientes estudiadas se relacionan con la viscosidad efectiva con un alto nivel de significación destacándose los altos valores del estadígrafo al ser comparado con el valor crítico.

Tabla 2
Correlación para las pulpas de guayaba
Resultados del ajuste del modelo

Variables Independiente	Coficiente	Error Estadístico	t	Nivel Significación
Constante	5,836 50	0,435 776	13,388 0	0,000 0
C	1,574 23	0,054 019	29,142 2	0,000 0
T	-1,837 03	0,092 374	-19,886 9	0,000 0
1 / Dg	903,380 00	23,449 700	38,524 2	0,000 0
C*T	0,196 657	0,010 261 8	19,164 1	0,000 0
C * 1/Dg	291,219 000	2,805 320 0	103,810 0	0,000 0
1/Dg*T	-311,286 000	4,890 240 0	-63,655 0	0,000 0
1/Dg*C*T	33,769 400	0,544 605 0	62,007 1	0,000 0
C ²	-0,239 800	0,011 319 8	-21,184 0	0,000 0
1/Dg ²	-599,119 000	65,349 700 0	-9,167 9	0,000 0
C ² *1/Dg	-42,232 800	0,597 593 0	-10,671 5	0,000 0

$t_{crit} = 2,02$

Análisis de Varianza

	Suma de Cuadrado,	Cuadrado Medio	F	P
Modelo	140,784	10,476 4	26051	0,000
Error	0,011 66	0,000 40	-	-

Coefficiente de Correlación (R) = 99,98 $F_{crit} = 2,16$
 Error estándar de estimación = 0,020

Como era de esperar, se obtuvieron valores de coeficiente que muestran que el aumento de la concentración provocará un aumento de la viscosidad efectiva, así como del inverso del gradiente, y que un aumento en la temperatura provocará una disminución en la viscosidad efectiva. Se observa que el inverso del gradiente (D) resulta la variable independiente de mayor significación y, entre las interacciones, el término $C*1/D$, también, tiene un peso importante en la viscosidad efectiva.

En el análisis de varianza de la regresión se puede observar que el valor de F experimental es muy superior al crítico ($F_{crit} = 2,16$) y que se obtuvo un alto coeficiente de correlación múlti-

ple. En el análisis de los residuos se pudo comprobar que existe una distribución uniforme sin tendencia alguna.

Este modelo fue determinado para valores de concentración (C) entre 6 y 17,6 % de sólidos y temperaturas entre 10 y 25 °C.

En la tabla 3 se recogen los resultados relacionados con las mieles finales de la Industria Azucarera, empleándose 48 datos. Como se puede observar, en todos los casos las variables independientes estudiadas se relacionan con la viscosidad efectiva con un alto nivel de significación, destacándose los altos.

Tabla 3
 Correlación para mieles finales de la Industria Azucarera.
 Resultados del ajuste del modelo

Variables Independiente	Coefficiente	Error Estadístico	t	Nivel Significación
Constante	311,331 00	29,519 1	10,54	0,000 0
C	-2,422 29	0,722 2	-10,25	0,000 0
1/D	-169,795 00	99,620 1	-1,70	0,085 0
1/D*C	2,343 20	1,327 9	1,76	0,024 0
C ²	0,057 92	0,005 1	11,17	0,000 0

$t_{crit} = 1,96$

Análisis de varianza

	Suma de Cuadrado,	Cuadrado Medio	F	P
Modelo	15,243 4	3,960 00	462,00	0,000
Error	0,036 26	0,008 50	-	-

Coefficiente de Correlación (R) = 98,77 $F_{crit} = 2,58$
 Error estándar de estimación = 0,092

Valores del estadígrafo al ser comparado con el valor crítico, excepto en los casos de $1/D$ y $1/D \cdot C$, los cuales fueron aceptados por estar por encima de un valor de significación de un 90 %.

Como era de esperar, se obtuvo un comportamiento de las variables independiente similar al caso anterior. Se observa que, en este caso, la concentración (C) resulta la variable independiente de mayor significación sobre la viscosidad efectiva. En el modelo de las mieles no aparece la temperatura, ya que se experimentó sólo para 40 °C.

En el análisis de varianza de la regresión se puede observar que el valor de F experimental es muy superior al crítico ($F_{crit} = 2,58$) y que se obtuvo un alto coeficiente de correlación múltiple. En el análisis de los residuos se pudo comprobar que existe una distribución uniforme sin tendencia alguna.

Este modelo fue determinado para valores de concentración (C) entre 73 y 78 % de sólidos.

En la tabla 4 se recogen los resultados relacionados con pulpas de tomate, empleándose 38 datos. Se puede observar que las variables inde-

pendientes estudiadas se relacionan con la viscosidad efectiva. En este caso, la variable concentración, incluyendo el cuadrado y el cubo de la misma, así como sus interacciones con el inverso del gradiente resultaron significativas para el cálculo de la viscosidad efectiva.

En el análisis de varianza de la regresión se puede observar que el valor de F experimental es también muy superior al crítico ($F_{crit} = 2,42$), y que se obtuvo un alto coeficiente de correlación múltiple. En el análisis de los residuos se pudo comprobar que existe una distribución uniforme sin tendencia alguna.

Este modelo fue determinado para valores de concentración (C) entre 4,3 y 19,7 % de sólidos y para una temperatura 25 °C. Para la validación de los modelos obtenidos se realizaron pruebas de hipótesis entre los valores predicho por el modelo y valores experimentales obtenidos en laboratorio no encontrándose diferencias significativas entre las medias; por tanto, los modelos obtenidos pueden ser empleados para determinar la viscosidad efectiva de los productos modelados.

Tabla 4
Correlación para pulpas de tomate.
Resultados del ajuste del modelo

Variables Independiente	Coficiente	Error Estadístico	t	Nivel Significación
Constante	2,028 470 0	0,530 777	3,821 70	0,000 6
$1/Dt1 \cdot Ct1$	-3,240 860 0	1,036 23	-3,127 55	0,003 8
$Ct1^2 \cdot 1/Dt1$	0,961 383 0	0,170 156	5,650 00	0,000 0
$Ct1^3 \cdot 1/Dt1$	-0,030 170 2	0,006 077 82	-4,963 99	0,000 0
$Ct1$	-0,760 9 920	0,199 801	-3,808 74	0,000 6
$Ct1^2$	0,080 657 0	0,020 855 7	3,867 38	0,000 5
$Ct1^3$	-0,002 322 61	0,000 6139 28	-3,783 19	0,000 7

$t_{crit} = 1,96$

Análisis de varianza

	Suma de Cuadrado,	Cuadrado Medio	F	P
Modelo	27,112 600	4,518 770 0	2 828,07	0,000 0
Error	0,049 532 7	0,001 597 83	-	-

Coficiente de Correlación (R) = 9,91 $F_{crit} = 2,42$
Error estándar de estimación = 0,03

La transportación frecuente de fluidos no-newtonianos exige del conocimiento de las propiedades reológicas de los mismos y su comportamiento para obtener resultados confiables en cualquier tipo de cálculo relacionado con ellos. En sistemas de bombas y tuberías, tanto en trabajos de evaluación como de diseño, resulta imprescindible aplicar los métodos específicos para estos casos. Los trabajos relacionados con el diseño y evaluación de estos sistemas exigen de un volumen considerable de cálculos complejos y de la utilización de gran cantidad de información que se recoge en formas de gráficos y tablas lo cual explica el tiempo que se requiere para la solución manual de estas tareas.

El programa posibilita por tanto la solución rápida y eficiente de tareas o problemas que se presentan tanto en las industrias como en centros de investigación o proyectos donde se hace necesario transportar por sistemas de bombas-tuberías. Esto tiene implicaciones económicas, pues el personal técnico puede tener respuesta a un problema en un corto tiempo el cual requiere de varios días de trabajo. Además por ser las solucio-

nes asociadas extensas y engorrosas, la probabilidad de errores es elevada, aspecto que es también eliminado con la utilización del programa. Los trabajos de selección de bombas y evaluación de alternativas, tan frecuente en la práctica, también pueden tener respuestas inmediatas si se utiliza el programa.

Para la validación de los modelos obtenidos se realizaron pruebas de hipótesis entre los valores predicho por el modelo y valores experimentales obtenidos en laboratorio no encontrándose diferencias significativas entre las medias, por tanto los modelos obtenidos pueden ser empleados para determinar la viscosidad efectiva de los productos modelados.

Tomando en consideración la concentración de sólidos, la temperatura de las mieles y las características de la instalación se realizaron los cálculos pertinentes obteniéndose los resultados que se muestran en las tablas.

En la tabla 5 aparecen los datos fundamentales de la instalación donde se realizó la corrida.

Tabla 5
Datos de la Instalación a evaluar

Diámetro (mm)		Longitud (m)		Altura (m)		Presión (atm)		Flujo (m ³ /s)	Densidad (kg/m ³)
Succ.	Desc.	Succ.	Desc.	Succ.	Desc.	Succ.	Desc.		
154,1	102,3	4	45	1	15	1	1	0,018 6	1 377

En la tabla 6 aparecen los resultados de la corrida. En esta se puede observar como la velocidad varia en función de los diámetros de cada sección de la misma forma que lo hace la viscosidad efectiva, pero en este caso no es sólo por la variación del diámetro sino también por el cambio que sufre el gradiente por la variación de la velocidad. Esto, como es de

esperar, se refleja en el valor del número de Reynolds, siendo mayor en la descarga por que es superior la velocidad e inferior la viscosidad efectiva que en la succión. También se puede comprobar que el régimen de flujo es netamente laminar, lo que es el usualmente encontrado en fluidos no-newtonianos. El resto de los resultados se comportan adecuadamente.

Tabla 6
Resultados de la evaluación

Viscosidad Efectiva (Pa-s)		Velocidad (m/s)		Reynolds		Factor de Fricción		Pérdidas Friccionales (m)		Carga dinámica total (m)
Succ.	Desc.	Succ.	Desc.	Succ.	Desc.	Succ.	Desc.	Succ.	Desc.	
0,586	0,513	1	2,26	362	549	0,176	0,133	0,233	11,9	27,2

De la aplicación del programa se pudo apreciar la validez de las ecuaciones para el cálculo de la viscosidad efectiva y las facilidades que brinda su introducción en el software para la evaluación y diseño de redes de tuberías y bombas.

Conclusiones

Para pulpas de guayaba el modelo fue obtenido para un rango de concentraciones entre 6 y 17,6 % de sólidos, y temperaturas entre 10 y 25 °C. En mieles se estudiaron concentraciones entre 73 y 78 % de sólidos, para una temperatura de 40 °C. Para pulpas de tomate las concentraciones estuvieron entre 4,3 y 19,7 % de sólidos con una temperatura de 25 °C. El valor más bajo del coeficiente de correlación múltiple fue 98,77 y, en todos los casos, el error estándar de estimación presenta la primera cifra significativa en la centésima. En el análisis de los residuos se observó siempre una distribución uniforme.

Como conclusión puede plantearse que se han obtenido modelos adecuados para la predicción de la viscosidad efectiva de productos de las Indus-

trias Alimentaria y Azucarera que facilitarán los cálculos y simulación en los sistemas de redes de bombas y tuberías.

Bibliografía

1. De Hombre, R.; Casals, C.; Zumalacarregui, L. "Propiedades reológicas de alimentos elaborados en Cuba". RIPFADI. CYTED, 1993.
2. Kolarov, K.; Garcell, L. "Comportamiento reológico de mieles finales de la provincia de Oriente". CubaAzúcar /Julio/Septiembre/ 1974.; págs. 22-34.
3. Méndez, O. "Metodología para el diseño de sistemas tuberías-bomba en la Tecnología de Alimentos". Memorias CICTA-4. La Habana, 1994.
4. Méndez, O.; Riera, G. "Programa de computación para diseño de sistemas bomba-tuberías de la Industria Alimentaria". Memorias I, Taller Internacional de Propiedades Físicas de Alimentos. RIPFADI, IIIA, C. La Habana, 1995.
5. Rosabal, J.; Garcell, L.R. "Hidrodinámica y separaciones mecánicas". Tomo 1, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1988.
6. Skelland, A. "Non-Newtonian Flow and Heat Transfer". John Wiley and Sons, Inc., New York, 1967.
7. Steffe, J.; Morgan, R. "Pipeline Design and Pump Selection for Non-Newtonian Fluids Foods". Food Technology 40 (12) 78-85, 1986.