

# LA REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD EN EL ASEGURAMIENTO DE LA CALIDAD DE LOS PROCESOS DE MEDICIÓN

Yoel Portuondo Paisan, Juan Portuondo Moret  
Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad de Oriente

*Teniendo en cuenta la importancia que tiene el análisis del sistema de medición en los procesos de medición y fabricación, en el siguiente trabajo se lleva a cabo de manera detallada la aplicación del estudio de repetibilidad y reproducibilidad por el método de media y rango para el aseguramiento de la calidad de los procesos de medición de calibres que se utilizan para la comprobación del diámetro interior y la rectitud de un determinado artículo en el laboratorio de Metrología de Planta Mecánica de Camagüey.*

**Palabras clave:** *repetibilidad de los resultados de mediciones, reproducibilidad de los resultados de mediciones*

*Taking into account the importance of the measurement system analysis in the measurement and production processes, in the following work it is carried on a detailed study of repeatability and reproducibility by method of average and range for the securing of the measurement processes of Gauges, which are used to check up the inside diameter and straightness of a determined article in the laboratory of Metrology of Planta Mecánica de Camagüey.*

**Key words:** *repeatability of measurement results, reproducibility of measurement results*

## Introducción

Para avanzar en un programa de mejoramiento de calidad es necesario contar, entre otras cosas, con un Sistema de Medición confiable. Las mediciones y ensayos usualmente requieren de patrones de medición reproducibles. Los resultados de las mediciones y ensayos están siempre sujetos a una incertidumbre.

Si un proceso de medición no es capaz, las causas tienen que ser investigadas para posibilitar su mejora. En esto, las desviaciones de mediciones sistemáticas y aleatorias tienen que ser determinadas /4/.

En la norma cubana NC-ISO/IEC17025:2006 “Requisitos generales de competencia de laboratorios de ensayos y calibración” /6/, se establece en el numeral 5,9 “Aseguramiento de la calidad de los resultados de ensayo y de calibración”, que todo laboratorio de calibración o ensayo debe tener procedimientos de control de la calidad para realizar el seguimiento de la validez de los ensayos y las calibraciones llevadas a cabo.

Tradicionalmente, los sistemas de medición se venían evaluando considerando sólo características propias de los equipos, instrumentos o dispositivos como son la exactitud, la linealidad y la estabilidad.

Actualmente se reconoce la necesidad de incluir en estas evaluaciones la determinación de la repetibilidad y la reproducibilidad como propiedades de los sistemas de medición..

El estudio de repetibilidad y reproducibilidad se aplica en /5/:

- La evaluación de ensayos de aptitud.
- La validación de métodos de calibración.
- El análisis de comparaciones interlaboratorio.
- La evaluación de la incertidumbre de medición.
- La evaluación de cartas de control.
- La variabilidad de mediciones e instrumentos.
- La evaluación de la deriva (estabilidad) de instrumentos.

Los métodos aceptados para la determinación de estudios de repetibilidad y reproducibilidad se basan en la evaluación estadística de las dispersiones de los resultados, ya sea en forma de rango estadístico (máximo-mínimo) o su representación como varianzas o desviaciones estándar, estos métodos son:

Rango

Promedio y rango

ANOVA (Análisis de varianza)

En el presente trabajo se persigue como objetivo realizar el estudio de repetibilidad y reproducibilidad por el método de promedio y rango. Por tal motivo se limita el análisis a dicho método.

## Fundamentación teórica

Los estudios de repetibilidad y reproducibilidad de las mediciones determinan que parte de la variación observada en el proceso se debe al sistema de medición usado.

La repetibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los resultados. La misma se define, de acuerdo con el VIM (Vocabulario Internacional de Metrología) /7/, como la proximidad de concordancia entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando bajo las mismas condiciones de medición, donde:

1. Estas condiciones son llamadas condiciones de repetibilidad.
2. Las condiciones de repetibilidad incluyen: el mismo procedimiento de medición, el mismo observador, el mismo instrumento de medición, utilizado bajo las mismas condiciones, el mismo lugar, repetición en un período corto de tiempo.

En la figura 1 se muestra el concepto de repetibilidad. /2/



**Fig. 1 Representación gráfica del concepto de repetibilidad.**

La reproducibilidad se define como la proximidad de concordancia entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando bajo condiciones de medición que cambian /3/. Donde:

1. Una declaración válida de reproducibilidad requiere que se especifique la condición que cambia.

2. Las condiciones que cambian pueden incluir: principio de medición, método de medición, observador, instrumento de medición, patrón de referencia, lugar, condiciones de uso, tiempo.
3. La reproducibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los resultados.
4. Se entiende que los resultados usualmente son corregidos.

En la figura 2 se muestra una representación gráfica del concepto de reproducibilidad.



**Fig. 2 Representación gráfica del concepto de reproducibilidad /2/.**

## Método utilizado y condiciones experimentales

Para implementar el estudio de repetibilidad y reproducibilidad se tomó de forma aleatoria una muestra de 10 calibres, los cuales fueron medidos dos veces por tres operadores. Las mediciones se realizaron en el laboratorio de Metrología con un optómetro horizontal con las siguientes características metrológicas.

- Límite de medición hasta 200 mm
- Valor de división 0,001 mm
- Error de medición: 0,0003mm
- Las mediciones se llevaron a cabo a una temperatura de 20 °C y humedad relativa de 66,78 %
- Las piezas a medir poseen una dimensión nominal de 7,590 mm y una tolerancia de 0,003 mm

El método a emplear para llevar a cabo el estudio es el de promedio y rango. Este método permite descomponer la variabilidad del sistema en dos componentes independientes: la repetibilidad y la reproducibilidad. Los pasos a seguir para la implementación del mismo son los siguientes /1/:

1. Se determinan las piezas que se desean medir, el número de operadores y el número de mediciones que debe efectuar cada uno de ellos.
2. Cada operador realiza las mediciones correspondientes de cada pieza y consigna los resultados correspondientes en el formato respectivo para su posterior estudio.
3. Los operadores repiten las mediciones, pero esta vez en diferente orden y sin observar las mediciones realizadas anteriormente por sus compañeros.
4. Con los datos del formato se procede a calcular el rango de cada operador por medio de la ecuación (1).

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (1)$$

5. Se calcula el rango promedio de cada operador utilizando la ecuación (2)

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad (2)$$

donde:

n: es el número de mediciones realizadas por cada operador.

6. Se calcula el rango promedio de todos los rangos por medio de la ecuación (3)

$$\bar{\bar{R}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{R}_i \quad (3)$$

10. Se calcula el porcentaje de reproducibilidad por medio de la ecuación (7)

$$\% \text{ Re producibil idad} = \frac{\sqrt{(K_2 * \bar{x}_D)^2 - \frac{(K_1 \bar{\bar{R}})^2}{nr}}}{T} * 100 \% \quad (7)$$

donde:

$K_2$ : es una constante que depende del número de operadores y proporciona un intervalo de confianza del 99 % para estas características.

$\bar{x}_D$ : es la diferencia entre el promedio mayor y promedio menor de los operadores.

donde:

m: es el número de operadores y  $\bar{R}_i$  es el rango promedio de cada operador.

7. Se calcula el porcentaje de la repetibilidad de las mediciones utilizando la ecuación (4)

$$\% \text{ Re petibilida d} = \frac{K_1 * \bar{\bar{R}}}{T} * 100 \% \quad (4)$$

donde:

$K_1$ : es una constante que depende del número de mediciones realizadas por cada operador y proporciona un intervalo de confianza del 99 % para estas características.

Nota: Los valores se encuentran en la tabla 1.

T: es la tolerancia de la característica medida.

$\bar{\bar{R}}$ : es el rango promedio de los rangos

8. Se calcula la medición promedio de cada operador utilizando la ecuación (5)

$$\bar{x}_i = \frac{1}{nr} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (5)$$

donde:

n: es el número de mediciones por operador, r es el número de partes y  $x_{ij}$  es cada una de las medidas del operador.

9. Se calcula la diferencia entre el promedio mayor y el promedio menor de los operadores por medio de la ecuación (6)

$$\bar{x}_D = \bar{x}_{i \max} - \bar{x}_{i \min} \quad (6)$$

n: es el número de mediciones por operador.

r: es el número de partes medidas

T: es la tolerancia de la característica medida.

Nota: Los valores de  $K_2$  se encuentran en la tabla 1 y si el valor dentro de la raíz es un número negativo, el valor de la reproducibilidad se considera como cero.

Tabla 1  
Valores de las constantes  $K_1$  y  $K_2$

Número de mediciones	2	3	4	5
$K_1$	4,56	3,05	2,50	2,21
Número de operadores	2	3	4	5
$K_2$	3,65	2,70	2,30	2,08

11. Se calcula el porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad mediante la ecuación (8).

$$\% R \& R = \sqrt{(\% \text{Repetibilidad})^2 + (\% \text{Reproducibilidad})^2} \quad (8)$$

12. Se interpretan los resultados obtenidos por medio de los siguientes criterios:

- Si  $\% R \& R < 10 \%$ , se aprueba el sistema de medición.
- Si  $\% R \& R$  está ubicado entre 10 y 30 % se acepta condicional y temporalmente el sistema de medición.
- Si  $\% R \& R > 30 \%$  el sistema de medición es considerado como no aceptable y requiere mejoras en cuanto al operador, equipo, método, condiciones, etcétera.

Después de analizar la información que resulta del análisis de repetibilidad y reproducibilidad, es posible evaluar las causas que originan la variación del sistema o del instrumento.

- Si la repetibilidad es mayor a la reproducibilidad las posibles causas son: El instrumento necesita mantenimiento, el equipo requiere ser rediseñado para ser más rígido, el montaje o ubicación donde se efectúan las mediciones necesita ser mejorado y/o, existe una variabilidad excesiva entre las partes.
- Si la reproducibilidad es mayor que la repetibilidad, las causas pueden ser: El operador necesita mejor entrenamiento en como utilizar y como leer el instrumento, la indicación del instrumento no es clara, no se han mantenido condiciones de reproducibilidad (ambientales, montaje, ruidos, etcétera) y/o el instrumento de medición presenta deriva.

## Análisis de los resultados

Tabla 2  
Valores de las mediciones y resultados

Pieza	Operador A		Operador B		Operador C	
	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2
1	7,664 2	7,664 5	7,664 2	7,664 2	7,668 0	7,667 8
2	7,663 5	7,664 7	7,668 0	7,668 2	7,667 2	7,667 4
3	7,665 3	7,665 5	7,667 0	7,667 0	7,667 0	7,666 8
4	7,665 2	7,665 0	7,667 5	7,668 0	7,666 0	7,666 0
5	7,665 2	7,665 0	7,667 5	7,668 0	7,666 0	7,666 0
6	7,666 1	7,666 0	7,667 0	7,667 3	7,667 0	7,666 8
7	7,667 0	7,667 2	7,664 7	7,664 7	7,667 0	7,667 2
8	7,665 0	7,666 0	7,666 8	7,666 0	7,666 8	7,667 0
9	7,663 8	7,663 2	7,663 5	7,664 0	7,666 0	7,666 0
10	7,665 2	7,665 8	7,667 0	7,667 5	7,666 8	7,667 2
% Repetibilidad					24,912 1	
% Reproducibilidad					1,466 5	
% Repetibilidad y Reproducibilidad					27,062 8	

En la tabla 2 se muestran los valores de las mediciones obtenidos por los operarios A, B y C así como los porcentajes de repetibilidad, reproducibilidad y el porcentaje total de ambos.

Se observa que el 27,062 8 % de la variación total en los datos se debe al sistema de medición, mientras que un 72,937 2 % de dicha variación es debida a la diferencia entre los elementos medidos es decir al proceso de fabricación.

Como el porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad es mayor de 10 y menor del 30 % se acepta condicionalmente y temporalmente el sistema de medición empleado.

## Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos del estudio se arriba a las siguientes conclusiones:

1. Debido a que el método de promedios y rango descompone la variabilidad del sistema en dos componentes, repetibilidad y reproducibilidad, permite analizar cual de las dos aporta una mayor contribución a la variabilidad del sistema de medición.
2. La repetibilidad resultó ser mucho mayor que la reproducibilidad, lo cual se debe en gran medida a la variabilidad que existe entre las piezas medidas, originadas fundamentalmente por el proceso de fabricación.
3. Aunque el sistema de medición se acepta temporalmente, el mismo en general requiere de mejoras.

## Nomenclatura

**ANOVA** Análisis de varianza.

**VIM** Vocabulario Internacional de Metrología.

% reproducibilidad Porcentaje de reproducibilidad.

% Repetibilidad Porcentaje de repetibilidad.

% **R&R** Porcentaje de la relación entre la repetibilidad y la reproducibilidad.

**R** Rango de cada operador.

$X_{\text{máx}}$  Valor máximo de medición.

$X_{\text{mín}}$  Valor mínimo de medición.

$\bar{R}$  Rango promedio de cada operador.

**N** Número de mediciones realizadas por cada operador.

$\bar{\bar{R}}$  Rango promedio de los rangos.

**m** Número de operadores.

$R_i$  Rango promedio de cada operador.

$K_1$  Constante que depende del número de mediciones.

$K_2$  Constante que depende del número de operadores.

**T** Tolerancia de la característica medida.

**r** Número de partes medidas.

$X_i$  Mediciones realizadas por cada operador.

$\bar{x}_D$  Diferencia entre el promedio mayor y el menor de los operadores.

$\bar{x}_i$  Promedio de las mediciones realizadas por cada operador.

$x_{\text{imax}}$  Promedio mayor de los operadores.

$x_{\text{imax}}$  Promedio menor de los operadores.

## Bibliografía

1. <http://redalyc.uaemex.mx>, "Estudio de repetibilidad y reproducibilidad utilizando el método de promedios y rangos".
2. <http://www.metas.com.mx>, "Aplicación Metrológica de los estudios R&R (Repetibilidad y Reproducibilidad)".
3. ISO 10012-1, "Requisitos de aseguramiento de la calidad para el equipamiento de medición. Parte 1: Sistemas de confirmación metrológica para equipamiento de medición".
4. ISO 9000:2000-12, "Quality Management Systems - Concepts and Vocabulary".
5. Llamosa, L., "Estudio de repetibilidad y reproducibilidad", Scientia Et Technica Colombia, vol. XIII, No 035, Agosto 2007, p. 455-460
6. NC ISO/IEC 17025, "Requisitos Generales para la competencia de los laboratorios de ensayo y calibración".
7. NC OIML V2., "Vocabulario internacional de términos generales y básicos de metrología".